



## 1 Schleifmaschine

Ein Fertigungsbetrieb schleift Zylinderstifte auf zwei parallelen Anlagen:

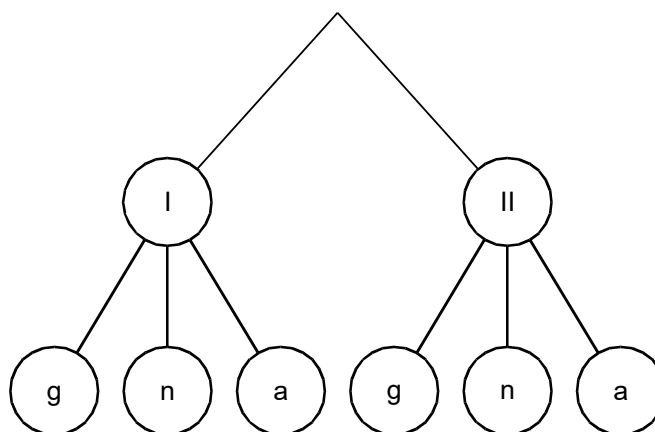
- 1 Maschine I schleift 60% der Stifte und produziert erfahrungsgemäß  
80% Gut, 15% Nacharbeit, 5% Ausschuss
- 2 Maschine II schleift den Rest und produziert erfahrungsgemäß  
82% Gute, 10% Nacharbeit, 8% Ausschuss.

Aus der gesamten Tagesproduktion wird ein zufälliges Teil entnommen.

- a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit entnimmt man einen auf Maschine I produzierten Stift?
- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit entnimmt man einen auf Maschine II produzierten und guten Stift?
- c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit entnimmt man ein Ausschussteil?
- d) Alle Ausschussteile wurden aussortiert. Welcher Anteil der Ausschusskiste stammt von Maschine I?

### Den Gesamtzusammenhang verdeutlicht der Wahrscheinlichkeitsbaum:

1. Teilerperiment: Herstellung des Zylinderstiftes auf einer Maschine
2. Teilerperiment: Prüfen auf Gut (g), Nacharbeit (n), Ausschuss (a)



#### Lösung b)

Hier setzt sich das Zufallsexperiment aus zwei Einzelexperimenten auf einem Ast des Baumdiagramms zusammen:

Weil das eine und das andere Einzelexperiment erfolgreich sein müssen, wird die Gesamtwahrscheinlichkeit durch

aller Wahrscheinlichkeiten von der Wurzel bis zu den Spitzen des Wahrscheinlichkeitsbaumes errechnet.

Damit ergibt sich als Lösung für b):

$$P(A \cap B) =$$

#### Lösung c)

Hier setzt sich das Zufallsexperiment wieder aus zwei Einzelexperimenten zusammen. Allerdings kann diesmal das Ergebnis a (= Ausschuss) auf zwei Ästen im Wahrscheinlichkeitsbaum erreicht werden:

Da es genügt, wenn das eine oder das andere Einzelexperiment erfolgreich verläuft, wird die Gesamtwahrscheinlichkeit durch

der Wahrscheinlichkeiten von parallelen Ästen des Wahrscheinlichkeitsbaumes errechnet.

Damit ergibt sich die Lösung für c):

$$P(A \cup B) =$$

Aufgabe: Berechnen Sie alle Wahrscheinlichkeiten für die dargestellten Ereignisse:

|             | Gut = g | Nacharbeit = n | Ausschuss = a | n oder a |
|-------------|---------|----------------|---------------|----------|
| Maschine I  |         |                |               |          |
| Maschine II |         |                |               |          |
| I oder II   |         |                |               |          |



## 2 Getränkeabfüllanlage

In einer Getränkeabfüllanlage läuft jede gesammelte Pfandflasche nacheinander durch 2 Spülanlagen und wird dann automatisch auf Sauberkeit geprüft.

Von der Reinigungsanlage ist bekannt:

- 1 Die Zuverlässigkeit der Spülmaschine I beträgt 85%, dh. sie spült 85% aller Flaschen sauber.
- 2 Die Zuverlässigkeit der Spülmaschine II beträgt 90%,
- 3 Die Prüfanlage lässt 5% aller schmutzigen Flaschen irrtümlich als sauber durch.
- 4 Die Prüfanlage sortiert 6% aller sauberen Flaschen als schmutzig aus.

Aufgaben:

- a) Wie viel Prozent der gespülten Flaschen verlässt beide Spülmaschinen immer noch schmutzig?
- b) Wie viel Prozent der gespülten Flaschen sortiert die Prüfanlage als schmutzig aus?
- c) Wie viel Prozent der gespülten Flaschen weist die Prüfanlage als sauber aus, obwohl die Flaschen tatsächlich noch schmutzig sind?
- d) Wie viel Prozent der Flaschen, die die Spülmaschine I noch schmutzig verlassen haben, werden von der Prüfanlage als sauber sortiert?

### Wahrscheinlichkeitsbaum zur Getränkeabfüllanlage

1. Teilexperiment

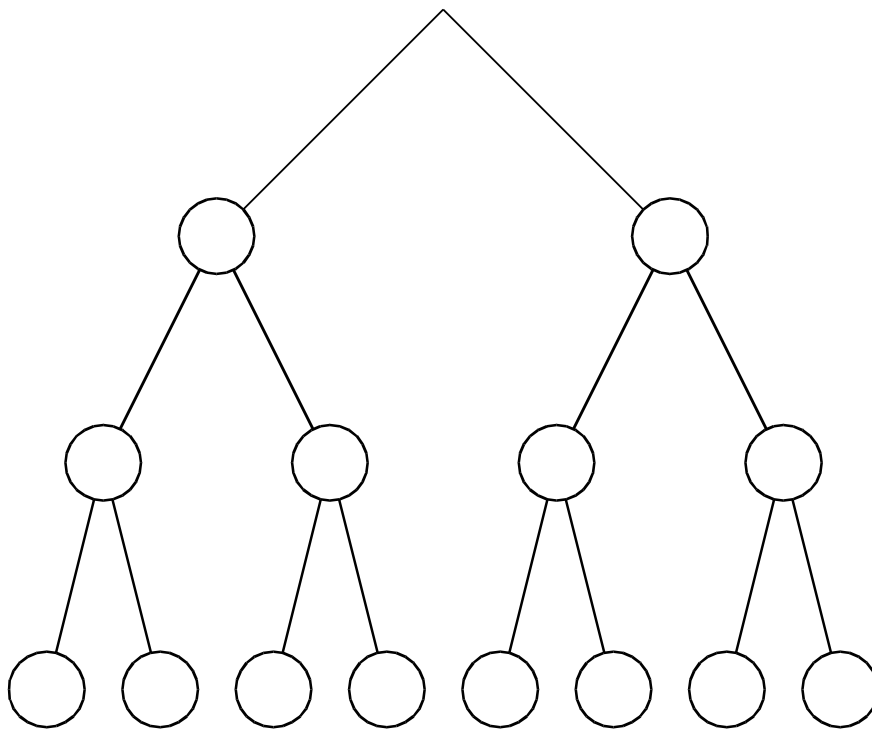
---

2. Teilexperiment

---

3. Teilexperiment

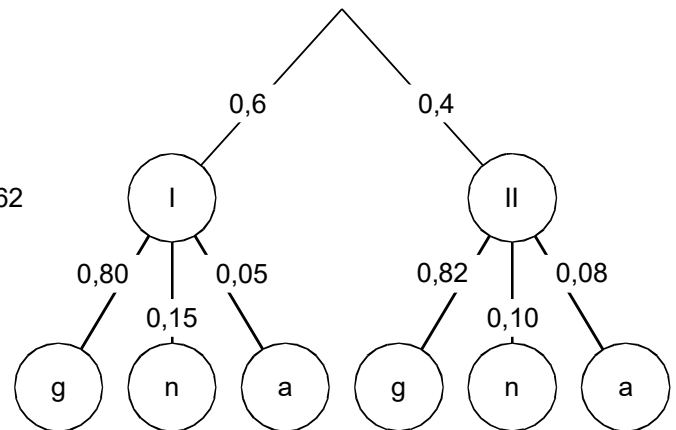
---





## Lösungsvorschlag 1 Schleifmaschine

- a)  $P(a) = P(I) = 0,6$   
b)  $P(b) = P(II \mid g) = 0,4 \cdot 0,82 = 0,328$   
c)  $P(c) = P(I \mid a) + P(II \mid a) = 0,6 \cdot 0,05 + 0,4 \cdot 0,08 = 0,062$   
d)  $P(d) = P \frac{(I \mid a)}{p(I \mid a) + p(II \mid a)} = \frac{0,6 \cdot 0,05}{0,6 \cdot 0,05 + 0,4 \cdot 0,08} = 48,4\%$



Aufgabe: Berechnen Sie alle Wahrscheinlichkeiten für die dargestellten Ereignisse:

|             | Gut = g                    | Nacharbeit = n            | Ausschuss = a              | n oder a               |
|-------------|----------------------------|---------------------------|----------------------------|------------------------|
| Maschine I  | $0,60 \times 0,8 = 0,48$   | $0,60 \times 0,15 = 0,09$ | $0,60 \times 0,05 = 0,03$  | $0,09 + 0,03 = 0,12$   |
| Maschine II | $0,40 \times 0,82 = 0,328$ | $0,40 \times 0,10 = 0,04$ | $0,40 \times 0,08 = 0,032$ | $0,04 + 0,032 = 0,072$ |
| I oder II   | $0,48 + 0,328 = 0,808$     | $0,09 + 0,04 = 0,13$      | $0,03 + 0,032 = 0,062$     | $0,13 + 0,062 = 0,192$ |

## Lösungsvorschlag 2 Getränkeabfüllanlage

1. Teilexperiment: Spülmaschine I  
2. Teilexperiment: Spülmaschine II  
3. Teilexperiment: Prüfanlage

- a)  $P(a) = 0,15 \times 0,10 = 0,015$   
b)  $P(b) = 0,85 \times 1 \times 0,06 + 0 + 0,15 \times 0,90 \times 0,06 + 0,15 \times 0,10 \times 0,95 = 0,07335$   
c)  $P(c) = 0,15 \times 0,10 \times 0,05 = 0,00075$   
d)  $P(d) = (0,15 \times 0,90 \times 0,94 + 0,15 \times 0,10 \times 0,05) / 0,15 = 0,851$

