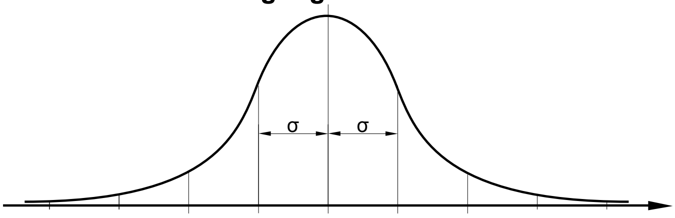
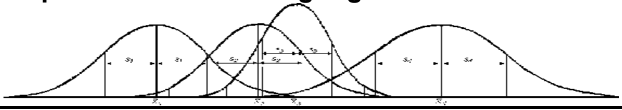
Gewerbeschule Lörrach	Grenzen für $\overline{x}$-s-Regelkarten	

Normalverteilte Fertigung:

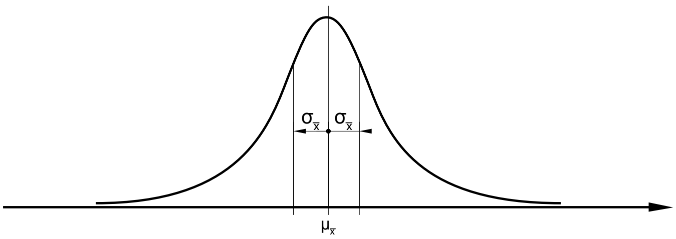


Stichproben aus der Fertigung:



Eine normalverteilte Fertigung hat den Mittelwert μ und die Standardabweichung σ. Stichproben aus der Fertigung haben zufällig abweichende Mittelwerte $\overline{x}$ und Standardabweichungen s.
Für $\overline{x}$-s-Regelkarten werden Warn- und Eingriffsgrenzen benötigt, die 95% bzw. 99% der Stichproben[1] enthalten.
Beispiel: Zwischen den Warngrenzen einer Mittelwertkarte liegen 95% aller Mittelwerte $\overline{x}$ von Stichproben, außerhalb liegen 2,5% unter der unteren Warngrenze UWG und 2,5% über der oberen Warngrenze OWG.

Die Mittelwerte der Stichproben
sind normalverteilt.



Der Mittelwert $\mu_{\overline{x}}$ der Stichprobenmittelwerte $\overline{x}$ ist gleich dem Mittelwert μ der ganzen Fertigung.

$$\mu_{\overline{x}} = \mu$$

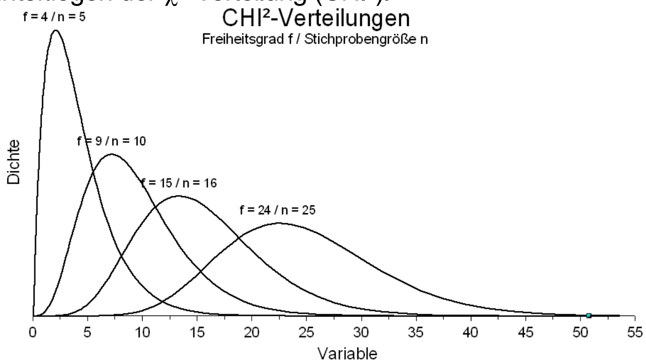
Die Streuung $\sigma_{\overline{x}}$ der Stichprobenmittelwerte $\overline{x}$ ist umso geringer, je größer die Stichprobe ist.

$$\sigma_{\overline{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Verteilungsart: Normalverteilung

μ: Mittelwert der Grundgesamtheit
$\overline{x}$: Mittelwert einer Stichprobe
n: Umfang der Stichproben

Die Standardabweichungen der Stichproben
unterliegen der χ^2-Verteilung (CHI²).



Verteilungsart: χ^2-Verteilung (CHI²-Verteilung)

$$\chi^2 = (n-1) \cdot \frac{s^2}{\sigma^2}$$

σ: Standardabweichung der Grundgesamtheit
s: Standardabweichung einer Stichprobe
χ^2: Variable der CHI²-Verteilung

Warn- und Eingriffsgrenzen für die Mittelwertkarte:

	Europa	USA
OEG($\overline{x}$)	$=\mu + 2{,}58 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$=\mu + 3 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
OWG($\overline{x}$)	$=\mu + 1{,}96 \cdot \sigma / \sqrt{n}$	$=\mu + 2 \cdot \sigma / \sqrt{n}$
M($\overline{x}$)	$=\mu$	$=\mu$
UWG($\overline{x}$)	$=\mu - 1{,}96 \cdot \sigma / \sqrt{n}$	$=\mu - 2 \cdot \sigma / \sqrt{n}$
UEG($\overline{x}$)	$=\mu - 2{,}58 \cdot \sigma / \sqrt{n}$	$=\mu - 3 \cdot \sigma / \sqrt{n}$

Warn- / Eingriffsgrenzen für Standardabweichung:
Die Faktoren B und a stehen auf der folgenden Seite.

OEG(s)	$=\sigma \cdot B_{OEG}$
OWG(s)	$=\sigma \cdot B_{OWG}$
M(s)	$=\sigma \cdot a_n$
UWG(s)	$=\sigma \cdot B_{UWG}$
UEG(s)	$=\sigma \cdot B_{UEG}$

Ermittlung der Grenzen per Tabellenkalkulation

OEG($\overline{x}$)	= μ + KONFIDENZ(1% ; σ ; n)
OWG($\overline{x}$)	= μ + KONFIDENZ(5% ; σ ; n)
M($\overline{x}$)	= μ
UWG($\overline{x}$)	= μ – KONFIDENZ(5% ; σ ; n)
UEG($\overline{x}$)	= μ – KONFIDENZ(1% ; σ ; n)

Ermittlung der Grenzen per Tabellenkalkulation

OEG(s)	= σ * WURZEL(CHIINV(0,5% ; n-1) / (n-1))
OWG(s)	= σ * WURZEL(CHIINV(2,5% ; n-1) / (n-1))
M(s)	= ??
UWG(s)	= σ * WURZEL(CHIINV(97,5% ; n-1) / (n-1))
UEG(s)	= σ * WURZEL(CHIINV(99,5% ; n-1) / (n-1))

Aufgaben:

Zwei über Monate hinweg beobachtete Fertigungsprozesse ergaben die unten angegebenen Parameter der Grundgesamtheit. Ermitteln Sie die a) Warn- und Eingriffsgrenzen für eine $\overline{x}$-Regelkarte und c) Warn- und Eingriffsgrenzen für eine s-Regelkarte beim Stichprobenumfang n = 5.
Der Mittelwert $\overline{x}$ bzw. die Standardabweichung s einer Stichprobe soll mit 95% Wahrscheinlichkeit innerhalb der Warngrenzen UWG($\overline{x}$) bis OWG($\overline{x}$) bzw. UWG(s) bis OWG(s) liegen (Eingriffsgrenzen 99%).

Aufgabe 1: Zugfestigkeit von Drähten[2]
μ = 420 N/mm²; σ = 20 N/mm²

Aufgabe 2: Drehen eines Durchmessers[3] 30±0,05mm
μ = 30,002 mm; σ = 0,015 mm

1 95% und 99% sind in Europa üblich und entsprechen ±1,96 und ±2,58 Standardabweichungen. In den USA verwendet man ±2 und ±3 Standardabweichungen.
2 $\overline{x}$: 443,0 N/mm²; 437,5 N/mm²; 420 N/mm²; 402,5 N/mm²; 397,0 N/mm²; s: 38,55 N/mm²; 33,38 N/mm²; 18,8 N/mm²; 6,96 N/mm²; 4,55 N/mm²
3 $\overline{x}$: 30,019 mm; 30,015 mm; 30,002 mm; 29,989 mm; 29,985 mm; s: 0,0289 mm; 0,0250 mm; 0,0141 mm; 0,0052 mm; 0,0034 mm

Faktoren zur Berechnung von Warn- und Eingriffsgrenzen für die s-Spur von Shewhart-QRK

$$B=\sqrt{\left(\frac{\chi^2_{(1-\beta;n-1)}}{n-1}\right)}$$

$$OEG(s)=\sigma\cdot B_{OEG}$$
$$OWG(s)=\sigma\cdot B_{OWG}$$
$$M(s)=\sigma\cdot a_n$$
$$UWG(s)=\sigma\cdot B_{UWG}$$
$$UEG(s)=\sigma\cdot B_{UEG}$$

Für Deutschland / Europa:

Warn- / Eingriffsgrenzen begrenzen 95% / 99% der Stichproben

standardisierte Normvariable	-2,576 s	-1,960 s		1,960 s	2,576 s
Unterschreitungsanteil β:	0,50%	2,50%		97,50%	99,50%
n	B_{UEG}	B_{UWG}	a_n	B_{OWG}	B_{OEG}
2	0,0063	0,0313	0,798	2,2414	2,8070
3	0,0708	0,1591	0,886	1,9206	2,3018
4	0,1546	0,2682	0,921	1,7653	2,0687
5	0,2275	0,3480	0,940	1,6691	1,9275
6	0,2870	0,4077	0,952	1,6020	1,8303
7	0,3356	0,4541	0,959	1,5518	1,7582
8	0,3759	0,4913	0,965	1,5125	1,7020
9	0,4099	0,5220	0,969	1,4805	1,6566
10	0,4391	0,5478	0,973	1,4538	1,6190
11	0,4643	0,5698	0,975	1,4312	1,5871
12	0,4865	0,5890	0,978	1,4116	1,5596
13	0,5061	0,6058	0,979	1,3945	1,5357
14	0,5237	0,6207	0,981	1,3794	1,5145
15	0,5395	0,6341	0,982	1,3659	1,4957
16	0,5538	0,6461	0,983	1,3537	1,4788
17	0,5669	0,6571	0,985	1,3427	1,4635
18	0,5789	0,6670	0,985	1,3326	1,4495
19	0,5900	0,6762	0,986	1,3234	1,4367
20	0,6002	0,6847	0,987	1,3149	1,4250
21	0,6097	0,6925	0,988	1,3071	1,4142
22	0,6185	0,6998	0,988	1,2998	1,4041
23	0,6268	0,7065	0,898	1,2930	1,3947
24	0,6345	0,7129	0,989	1,2866	1,3860
25	0,6418	0,7188	0,990	1,2807	1,3778
26	0,6487	0,7244	0,990	1,2751	1,3701
27	0,6552	0,7297	0,990	1,2698	1,3628
28	0,6613	0,7347	0,991	1,2648	1,3560
29	0,6671	0,7394	0,991	1,2601	1,3495
30	0,6726	0,7439	0,991	1,2556	1,3434
31	0,6779	0,7481	0,992	1,2514	1,3376
32	0,6829	0,7522	0,992	1,2473	1,3320
33	0,6877	0,7560	0,992	1,2435	1,3267
34	0,6923	0,7597	0,992	1,2398	1,3217
35	0,6967	0,7632	0,993	1,2363	1,3169
36	0,7009	0,7666	0,993	1,2329	1,3123
37	0,7049	0,7698	0,993	1,2297	1,3079
38	0,7087	0,7729	0,993	1,2266	1,3037
39	0,7125	0,7759	0,993	1,2236	1,2996
40	0,7160	0,7788	0,994	1,2208	1,2957
41	0,7195	0,7816	0,994	1,2180	1,2920
42	0,7228	0,7842	0,994	1,2154	1,2883
43	0,7260	0,7868	0,994	1,2128	1,2849
44	0,7291	0,7893	0,994	1,2103	1,2815
45	0,7321	0,7916	0,994	1,2079	1,2782
46	0,7350	0,7940	0,994	1,2056	1,2751
47	0,7378	0,7962	0,995	1,2034	1,2721
48	0,7405	0,7984	0,995	1,2012	1,2691
49	0,7432	0,8004	0,995	1,1992	1,2663
50	0,7457	0,8025	0,995	1,1971	1,2635

Für USA: (?): Die Werte sind Vermutungen !!

Warn- / Eingriffsgrenzen liegen bei ±2 / ±3 Sigma

n	B_{UEG}	B_{UWG}	a_n	B_{OWG}	B_{OEG}
	-3 s	-2 s		2 s	3 s
	0,13%	2,28%		97,72%	99,87%
2	0,0017	0,0285	0,798	2,2776	3,2052
3	0,0368	0,1517	0,886	1,9450	2,5705
4	0,0995	0,2595	0,921	1,7847	2,2826
5	0,1626	0,3392	0,940	1,6856	2,1095
6	0,2182	0,3991	0,952	1,6167	1,9911
7	0,2656	0,4458	0,959	1,5651	1,9035
8	0,3062	0,4833	0,965	1,5246	1,8354
9	0,3411	0,5143	0,969	1,4918	1,7805
10	0,3714	0,5403	0,973	1,4644	1,7350
11	0,3980	0,5626	0,975	1,4412	1,6966
12	0,4215	0,5820	0,978	1,4211	1,6636
13	0,4425	0,5991	0,979	1,4036	1,6348
14	0,4614	0,6142	0,981	1,3881	1,6094
15	0,4785	0,6277	0,982	1,3742	1,5868
16	0,4941	0,6399	0,983	1,3618	1,5665
17	0,5084	0,6510	0,985	1,3505	1,5481
18	0,5215	0,6612	0,985	1,3402	1,5314
19	0,5336	0,6705	0,986	1,3307	1,5162
20	0,5449	0,6790	0,987	1,3220	1,5021
21	0,5554	0,6870	0,988	1,3140	1,4892
22	0,5651	0,6943	0,988	1,3065	1,4771
23	0,5743	0,7012	0,898	1,2995	1,4659
24	0,5829	0,7077	0,989	1,2930	1,4555
25	0,5910	0,7137	0,990	1,2869	1,4457
26	0,5986	0,7194	0,990	1,2812	1,4365
27	0,6058	0,7248	0,990	1,2758	1,4279
28	0,6127	0,7298	0,991	1,2707	1,4197
29	0,6192	0,7346	0,991	1,2659	1,4120
30	0,6254	0,7392	0,991	1,2613	1,4047
31	0,6312	0,7435	0,992	1,2569	1,3978
32	0,6369	0,7476	0,992	1,2528	1,3912
33	0,6422	0,7515	0,992	1,2489	1,3849
34	0,6474	0,7553	0,992	1,2451	1,3789
35	0,6523	0,7588	0,993	1,2415	1,3732
36	0,6570	0,7623	0,993	1,2380	1,3678
37	0,6615	0,7656	0,993	1,2347	1,3625
38	0,6659	0,7687	0,993	1,2316	1,3575
39	0,6700	0,7717	0,993	1,2285	1,3527
40	0,6741	0,7747	0,994	1,2256	1,3480
41	0,6780	0,7775	0,994	1,2228	1,3436
42	0,6817	0,7802	0,994	1,2201	1,3393
43	0,6853	0,7828	0,994	1,2174	1,3352
44	0,6888	0,7853	0,994	1,2149	1,3312
45	0,6922	0,7877	0,994	1,2125	1,3273
46	0,6955	0,7901	0,994	1,2101	1,3236
47	0,6987	0,7923	0,995	1,2078	1,3200
48	0,7017	0,7945	0,995	1,2056	1,3165
49	0,7047	0,7967	0,995	1,2035	1,3131
50	0,7076	0,7987	0,995	1,2014	1,3099

Lösungen:

1 a)	OEG($\bar{x}$)	=	443,0 N/mm²	= 420 + KONFIDENZ(1% ; 20 ; 5)
	OWG($\bar{x}$)	=	437,5 N/mm²	= 420 + KONFIDENZ(5% ; 20 ; 5)
	M($\bar{x}$)	=	420 N/mm²	= μ
	UWG($\bar{x}$)	=	402,5 N/mm²	= 420 - KONFIDENZ(5% ; 20 ; 5)
	UEG($\bar{x}$)	=	397,0 N/mm²	= 420 - KONFIDENZ(1% ; 20 ; 5)

Man kann die Werte auch mit der oben genannten Formel berechnen. Die Faktoren ±1,96 und ±2,58 erhält man aus der Funktion für die standardisierte Normalverteilungsvariable STANDNORMINV(..) :

OEG($\bar{x}$)	=	443,0 N/mm²	= 420 + STANDNORMINV(99,5%) * 20 / WURZEL(5)
OWG($\bar{x}$)	=	437,5 N/mm²	= 420 + STANDNORMINV(97,5%) * 20 / WURZEL(5)
M($\bar{x}$)	=	420 N/mm²	= 420 + STANDNORMINV(50,0%) * 20 / WURZEL(5)
UWG($\bar{x}$)	=	402,5 N/mm²	= 420 + STANDNORMINV(2,5%) * 20 / WURZEL(5)
UEG($\bar{x}$)	=	397,0 N/mm²	= 420 + STANDNORMINV(0,5%) * 20 / WURZEL(5)

1 b)	OEG(s)	=	38,55 N/mm²	= 20 * WURZEL(CHIINV(0,5%; 5-1)/(5-1))
	OWG(s)	=	33,38 N/mm²	= 20 * WURZEL(CHIINV(2,5%; 5-1)/(5-1))
	M(s)	=	18,8 N/mm²	= 20 * 0,940 (a aus Tabelle)
	UWG(s)	=	6,96 N/mm²	= 20 * WURZEL(CHIINV(97,5%; 5-1)/(5-1))
	UEG(s)	=	4,55 N/mm²	= 20 * WURZEL(CHIINV(99,5%; 5-1)/(5-1))

2 a)	OEG($\bar{x}$)	=	30,019 mm	= 30,002 + KONFIDENZ(1% ; 0,015 ; 5)
	OWG($\bar{x}$)	=	30,015 mm	= 30,002 + KONFIDENZ(5% ; 0,015 ; 5)
	M($\bar{x}$)	=	30,002 mm	= μ
	UWG($\bar{x}$)	=	29,989 mm	= 30,002 - KONFIDENZ(5% ; 0,015 ; 5)
	UEG($\bar{x}$)	=	29,985 mm	= 30,002 - KONFIDENZ(1% ; 0,015 ; 5)

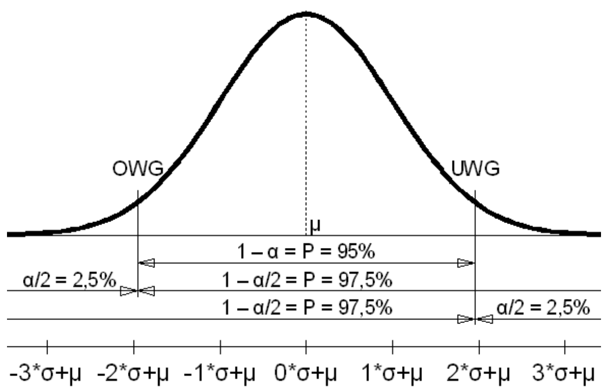
2 b)	OEG(s)	=	0,0289 mm	= 0,015 * WURZEL(CHIINV(0,5%; 5-1)/(5-1))
	OWG(s)	=	0,0250 mm	= 0,015 * WURZEL(CHIINV(2,5%; 5-1)/(5-1))
	M(s)	=	0,0141 mm	= 0,015 * 0,940 (a aus Tabelle)
	UWG(s)	=	0,0052 mm	= 0,015 * WURZEL(CHIINV(97,5%; 5-1)/(5-1))
	UEG(s)	=	0,0034 mm	= 0,015 * WURZEL(CHIINV(99,5%; 5-1)/(5-1))

Unterschiede in den Funktionen der Tabellenkalkulationen

Als wenn Statistik nicht schon kompliziert genug wäre, verlangen die statistischen Funktionen der Tabellenkalkulationen auch noch unterschiedliche Eingaben für die eigentlich gleiche Angabe. Ich möchte das am Beispiel der Warngrenzen für die Aufgabe 1 erläutern.

Die Warngrenzen umschließen den Bereich, innerhalb dessen durchschnittlich 95% aller Stichproben liegen. Daraus ergibt sich (siehe Bild), dass

1) außerhalb der Warngrenzen UWG und OWG insgesamt 5% aller Stichproben liegen (Ausschussanteil α)
2) unterhalb der unteren Warngrenze UWG 2,5% aller Stichproben liegen (Unterschreitungsanteil) bzw.
3) oberhalb der unteren Warngrenze UWG 97,5% aller Stichproben liegen (Überschreitungsanteil)
4) unterhalb der oberen Warngrenze OWG 97,5% aller Stichproben liegen (Unterschreitungsanteil) bzw.
5) oberhalb der unteren Warngrenze UWG 2,5% aller Stichproben liegen (Überschreitungsanteil).



Warngrenzen in einer normalverteilten Fertigung

Wie Sie an den Lösungen zu Aufgaben sehen können, verlangen Tabellenkalkulationen mal Ausschussanteile, mal Unterschreitungsanteile und mal Überschreitungsanteile.
=KONFIDENZ() verlangt für UWG und OWG den Ausschussanteil 5%.
=STANDNORMINV() und =NORMINV() verlangen Unterschreitungsanteile, d.h. für UWG 2,5% und für OWG 97,5%.
=CHIINV() verlangt Überschreitungsanteile, d.h. für UWG 97,5% und für OWG 2,5%.[1]

Weiterhin viel Spaß damit ;-)

[1] Außerdem erfordert =CHIINV() einen sogenannten Freiheitsgrad f, der um 1 kleiner ist als der Stichprobenumfang n.

Zusätzliche Erläuterungen

Normalverteilte Fertigung (Grundgesamtheit)

Im Bild ist die Grundgesamtheit als normalverteilte Menge aller möglichen Werte, z.B. der gesamten Fertigung, dargestellt. Die Parameter der Grundgesamtheit sind der Mittelwert μ und die Standardabweichung σ.

Stichproben aus der Fertigung (Grundgesamtheit)

Im Feld sind mehrere Stichproben dargestellt, wie sie aus der Fertigung entnommen werden könnten. Die Parameter der einzelnen Stichproben sind die Mittelwerte $\bar{x}_1$, $\bar{x}_2$.. und die Standardabweichungen s_1, s_2 ...

Verteilung der Mittelwerte

Die Mittelwerte aus den Stichproben sind ihrerseits wieder normalverteilt, wenn die Grundgesamtheit auch normalverteilt ist. Die Mittelwerte der Stichproben streuen umso weniger, je umfangreicher die Stichproben sind. Die Streuung der Stichproben kann mit der Gleichung $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ berechnet werden. Darin sind

- $\sigma_{\bar{x}}$ die Standardabweichung der Mittelwerte der Stichproben
- σ die Standardabweichung der Grundgesamtheit (gesamte Fertigung)
- n der Umfang der Stichprobe

Bei Einzelteilprüfung (Stichprobenumfang n = 1) sind $\sigma_{\bar{x}}$ und σ identisch.

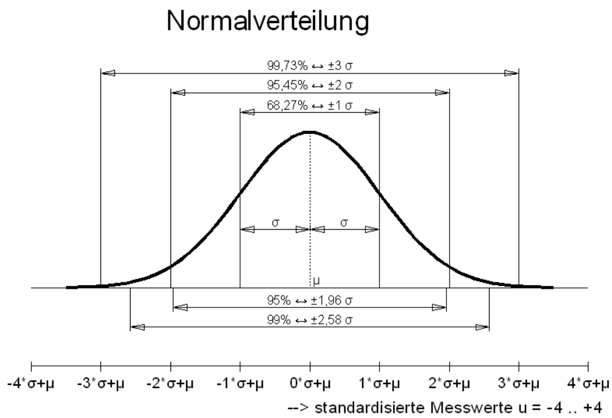
Verteilung der Standardabweichungen

Die Standardabweichungen aus den Stichproben sind CHI²-verteilt. Die Verteilung ist von einem Freiheitsgrad f abhängig, der um 1 kleiner als die Stichprobenanzahl n ist. Der Freiheitsgrad verhält sich wie bei ternären Legierungen oder Mix-Getränken aus 3 Komponenten, z.B. Apfelsaft-Cola-Eistee A-C-E: Wenn man ein Glas zu 100% mit n=3 Komponenten füllen möchte,hat man nur bei f=2=n-1 Komponten die Freiheit, die Menge (bzw. den Anteil) zu wählen. Die 3. Komponente ergibt sich daraus, dass das Glas voll werden soll.
Die Verteilung wird für große Stichprobenzahlen der Normalverteilung immer ähnlicher. Die Werte für die CHI²-Verteilung kann man aus Tabellen entnehmen oder mit der Funktion =ChiInv(..) von Tabellenkalkulationen ermitteln.

Warn- und Eingriffsgrenzen (Mittelwerte):

Ein zweiseitig abgegrenzter Zufallsstreubereich beantwortet die Frage, innerhalb welcher Grenzen die Mittelwerte $\bar{x}$ der Stichproben mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit α liegen. Ein Anwendungsbeispiel ist die Ermittlung der Warn- und Eingriffsgrenzen für die Mittelwertspur einer Qualitätsregelkarte, die α = 95% bzw. 99% aller Mittelwerte von Stichproben umschließen. Sie werden nach der folgenden Formel ermittelt:

$$\mu + u_{(\frac{\alpha}{2})} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \bar{x} \le \mu + u_{(1-\frac{\alpha}{2})} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \text{mit} \quad u = \frac{x-\mu}{\sigma}$$



Die standardisierte Normalverteilungsvariable u gibt an, wie oft die Standardabweichung σ zwischen einen einzelnen Wert x und den Mittelwert μ der Messreihe passt. Die Unter- bzw. Überschreitungsanteile α/2 bzw. 1- α/2 sind die Anteile, die außerhalb des Zufallsstreubereiches liegen (siehe Bild oben). Die standardisierte Normalverteilungsvariable u war notwendig, um Messwerte x mit Hilfe von Tabellen der Gaußsche Integralfunktion (z.B. DGQ-Tabelle 11) in Wahrscheinlichkeiten (Über- /Unterschreitungsanteile) umzumünzen. Im Computerzeitalter ist der Umweg über gedruckte Tabellen nicht mehr notwendig, die Werte tauchen aber immer noch auf.
Beispiel: Warngrenzen in Qualitätsregelkarten werden in Europa meist so gelegt, dass sie 95% der Stichproben umschließen.
Für die Unterschreitungsanteile 2,5% bzw. 97,5% kann man aus der DGQ-Tabelle 11 (Normalverteilung) oder dem DGQ-Auswerteblatt 03 (Wahrscheinlichkeitsnetz .. normalverteilt) entnehmen, dass die Warngrenzen bei u = ± 1,96 liegen. Dieselben Werte kann man auch mit Tabellenkalkulationen ermitteln: -1,96 =StandNormInv(2,5%) bzw. +1,96 =StandNormInv(97,5%). Für die Eingriffsgrenzen, die 99% umschließen, gilt u = ± 2,58.

In Amerika und Japan werden Warn- und Eingriffsgrenzen etwas weiter außen bei u = ±2 bzw. u = ±3 gelegt. Welchen Anteil der Stichproben diese Grenzen umschließen, berechnet eine Tabellenkalkulation wie folgt:
95,4% = StandNormVert(2)-StandNormVert(-2) bzw. 99,7% = StandNormVert(3)-StandNormVert(-3).

UEG ($\bar{x}$)	= μ – 3 * σ / Wurzel(n)
UWG ($\bar{x}$)	= μ – 2 * σ / Wurzel(n)
M($\bar{x}$)	= μ
OWG ($\bar{x}$)	= μ – 2 * σ / Wurzel(n)
UWG ($\bar{x}$)	= μ – 3 * σ / Wurzel(n)

Für die Wahl von Warn- und Eingriffsgrenzen spielen Prüfkosten, Produktionsunterbrechungskosten bei Eingriffen und Kosten von unentdeckt gebliebenen Störungen eine Rolle. In der Praxis legt man den Stichprobenumfang n und die Prüfhäufigkeit meist nach Gutdünken und Erfahrung fest. [Rinne/Mittag]

Warn- und Eingriffsgrenzen (Standardabweichungen):

$$\sqrt{\frac{\chi^2_{(n-1;\frac{\alpha}{2})}}{n-1}}\cdot\sigma\leq s\leq\sqrt{\frac{\chi^2_{(n-1;1-\frac{\alpha}{2})}}{n-1}}\cdot\sigma$$