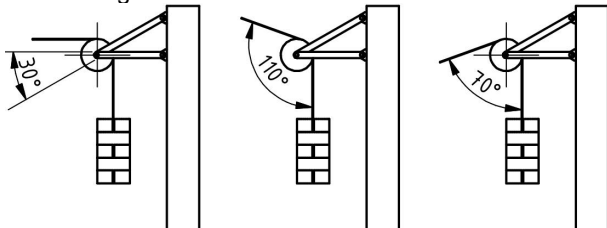




Im zentralen Kräftesystem liegen alle Kräfte in derselben Ebene und wirken auf einen gemeinsamen Punkt.
Lösen Sie alle Aufgaben zeichnerisch und rechnerisch.

Kräfte zusammensetzen

1 Oberleitungen



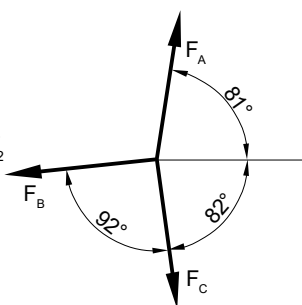
Oberleitungen von Bahnen werden über Umlenkrollen mit Zuggewichten gespannt. Die Zuggewichte haben eine Masse von 200kg.

Mit welcher Ersatzkraft F_R wird die Umlenkrolle belastet¹

- in der Ebene (Oberleitungsdraht waagrecht)?
- an einer Talstation?
- an einer Bergstation?

2 Eimerziehen

Beim Eimerziehen stehen 4 Kinder auf Eimern und versuchen sich mittels eines sternförmig verknoteten Seiles gegenseitig herunter zu ziehen.²



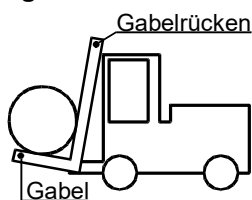
Ermitteln Sie, in welcher Richtung Dennis (F_4) steht, und mit welcher Kraft er ziehen muss, wenn ..

- .. Anna mit $F_A = 100$ N, Bernd mit $F_B = 75$ N und Clara mit $F_C = 125$ N ziehen.
- .. Anna mit $F_A = 75$ N, Bernd mit $F_B = 150$ N und Clara mit $F_C = 100$ N ziehen.

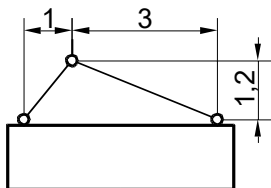
Kräfte zusammensetzen und zerlegen

3 Kräfte zerlegen

- Die Rolle auf dem Gabelstapler wiegt $m = 2$ t, das Hubgerüst ist um $\alpha = 10^\circ$ geneigt. Ermitteln Sie die Kräfte auf dem Gabelrücken und der Gabel.³



- Das Gestell einer Drehbank $m = 3$ t wird mit einem Seilgeschirr angehoben. Wie groß sind die Kräfte in den Seilen?



4 Zentrales Kräftesystem

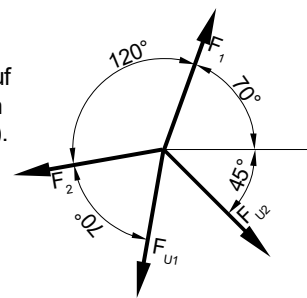
Ermitteln Sie Richtung und Betrag der Resultierenden F_R aus F_1 , F_2 und F_3 und die Beträge der Kräfte F_4 und F_5 . Stellen Sie die Kräfte tabellarisch dar.

Hinweis: Alle Winkel gehen von der x-Achse aus gegen den Uhrzeigersinn.⁴

- Kräfte: $F_1 = 15$ N mit $\alpha_1 = 126^\circ$, $F_2 = 25$ N mit $\alpha_2 = 54^\circ$, $F_3 = 35$ N mit $\alpha_3 = -18^\circ$, F_4 mit $\alpha_4 = 270^\circ$ und F_5 mit $\alpha_5 = 198^\circ$
- Kräfte: $F_1 = 10$ N mit $\alpha_1 = 54^\circ$, $F_2 = 20$ N mit $\alpha_2 = 126^\circ$, $F_3 = 30$ N mit $\alpha_3 = 198^\circ$, F_4 mit $\alpha_4 = 270^\circ$ und F_5 mit $\alpha_5 = 342^\circ$

5 Mobile Antenne

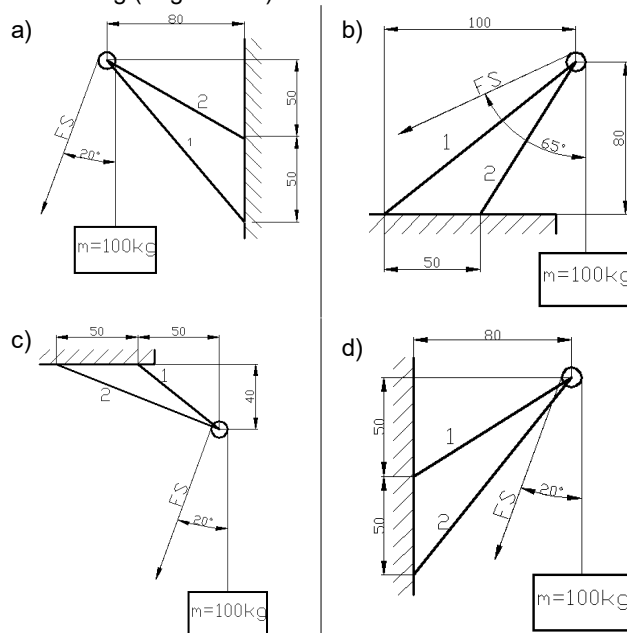
Ein Funktrupp stellt provisorisch eine mobile Antenne auf und spannt sie mit 4 Drähten ab (Richtungen siehe Grafik).



- Die Drähte 1 und 2 sind mit den Kräften $F_1 = 250$ N und $F_2 = 200$ N gespannt. Wie groß müssen die unbekannten Spannkraft F_{U1} und F_{U2} sein?
- Draht 2 wird stärker gespannt bis $F_2 = 350$ N ist. Berechnen Sie die neuen Werte für die Spannkraft F_{U1} und F_{U2} und interpretieren Sie das Ergebnis.⁵

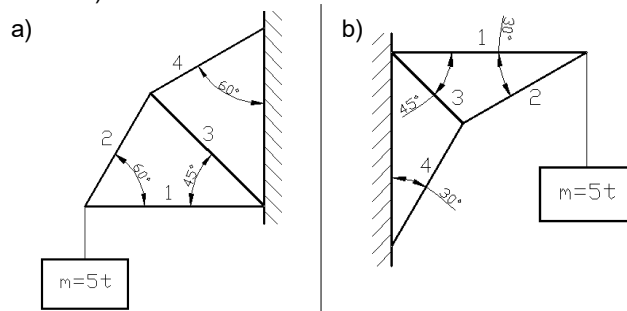
6 Kranausleger

Mit den Kranauslegern werden Lasten hochgezogen. Der Wirkungsgrad der Rollen betrage $\eta = 90\%$. Stäbe übertragen nur Zug- oder Druck-, aber keine Querkraft. Ermitteln Sie die Stabkräfte 1 und 2 einschließlich der Richtung (Zug / Druck).⁶



7 Fachwerke

Fachwerke bestehen aus gelenkig verbundenen Stäben und können Knoten für Knoten berechnet werden. Ermitteln Sie die Stabkräfte einschließlich der Richtung (Zug / Druck).⁷



- $F_{U1} = 76,6$ N; $F_{U2} = 176,5$ N
- $F_{U1} = -73,4$ N; $F_{U2} = 348,5$ N; $F_{U1} < 0 \rightarrow F_{U1}$ wirkt gegen den Mast und belastet ihn mit einem Biegemoment.
- $F_1 = 5844$ N; $F_2 = 4753$ N
- $F_1 = 7031$ N; $F_2 = 6322$ N
- $F_1 = 28,9$ kN Z; $F_2 = 57,7$ kN Z; $F_3 = 29,9$ kN D; $F_4 = 57,7$ kN Z
- $F_1 = 86,6$ kN Z; $F_2 = 100$ kN D; $F_3 = 51,8$ kN D; $F_4 = 100$ kN D
- $F_1 = 10$ kN Z; $F_2 = 14,14$ kN D; $F_3 = 0$ (Nullstab); $F_4 = 14,14$ kN D
- $F_1 = 50$ kN Z; $F_2 = 50$ kN Z; $F_3 = 36,6$ kN D; $F_4 = 25,9$ kN Z
- $F_1 = 10$ kN Z; $F_2 = 8,66$ kN D; $F_3 = 8,66$ kN D; $F_4 = 8,66$ kN D
- $F_1 = 10$ kN Z; $F_2 = F_7 = 14,14$ D; $F_3 = F_5 = F_6 = 0$ (Nullstäbe)

¹ a) $F_R = 2,83$ kN; 225°

² c) $F_R = 3,28$ kN; 235°

³ a) $F_D = 53,0$ N; $38,3^\circ$

⁴ a) $F_{\text{Gabelrücken}} = 3,5$ kN; $F_{\text{Gabel}} = 19,7$ kN

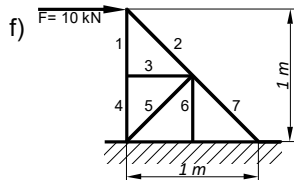
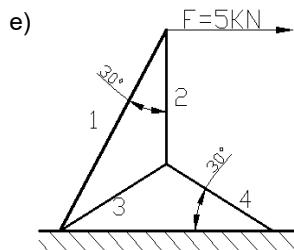
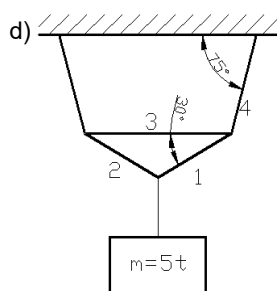
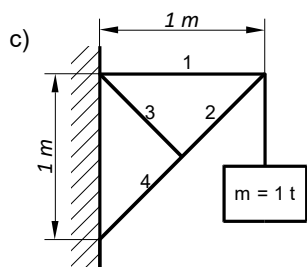
a) $F_4 = 8,82$ N; $F_5 = 41,18$ N

b) $F_R = 2,29$ kN; 215°

b) $F_D = 130,0$ N; $18,2^\circ$

b) $F_{\text{Links}} = 29,3$ kN; $F_{\text{Rechts}} = 20,2$ kN

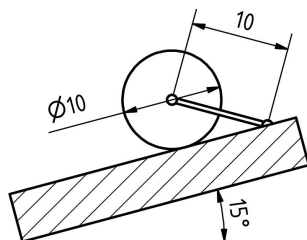
b) $F_4 = 3,8$ N; $F_5 = 36,2$ N



8 Walze

Eine Walze wird auf einer schieben Ebene von einem Seil gehalten.⁸

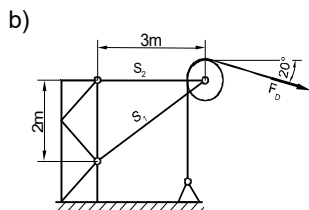
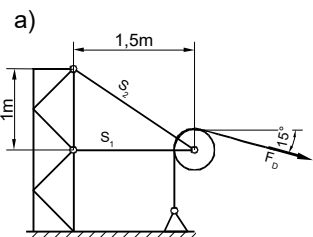
- a) Wie groß ist die Zugkraft im Seil, wenn die Masse der Walze $m = 75 \text{ kg}$ beträgt?
b) Wie groß ist die Masse der Walze, wenn die Zugkraft im Seil $F_s = 100 \text{ N}$ beträgt?



Gemischte Zusatzübungen

9 Umlenkrollen

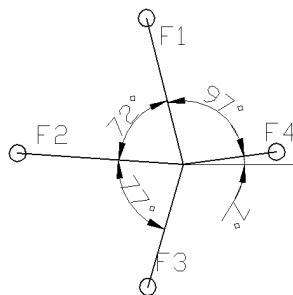
Eine Umlenkrolle ist mit 2 Stäben an einem Mast befestigt. Über die Umlenkrolle wird ein Draht geführt, der mit der Kraft $F_D = 10 \text{ kN}$ belastet ist. Wie groß sind die Kräfte in den Stäben S_1 und S_2 ? Geben Sie für beide Stäbe an, ob es sich um Zug- oder Druckkräfte handelt.⁹



10 Eimerziehen 2

Ermitteln Sie die Kräfte, die aufbringen müssen:

- a) Anna (F_1) und Dennis (F_4), wenn Bernd mit $F_2 = 100 \text{ N}$ und Clara mit $F_3 = 150 \text{ N}$ ziehen
b) Bernd (F_2) und Dennis (F_4), wenn Anna mit $F_1 = 100 \text{ N}$ und Clara mit $F_3 = 150 \text{ N}$ ziehen.¹⁰



11 Spanndraht

Ein Mast ist mit 3 Drähten belastet und soll mit einem vierten Spanndraht abgestützt werden, sodass der Mast keine Kräfte aufnehmen muss.¹¹

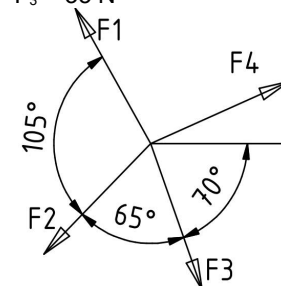
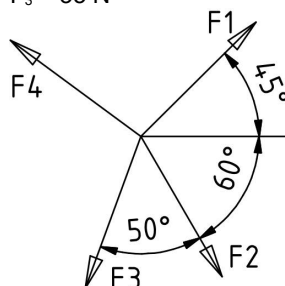
Ermitteln Sie Richtung und Belastung des Drahtes F_4 .

a) Kräfte:

$F_1 = 50 \text{ N}$
 $F_2 = 40 \text{ N}$
 $F_3 = 35 \text{ N}$

b) Kräfte:

$F_1 = 50 \text{ N}$
 $F_2 = 40 \text{ N}$
 $F_3 = 35 \text{ N}$



12 Mast mit 4 Drähten

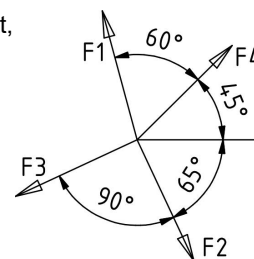
Ein Mast ist mit 4 Drähten gestützt, von denen zwei Kräfte bekannt sind. Ermitteln Sie die unbekannten Kräfte.¹²

a) Gegeben: Kräfte $F_1 = 30 \text{ N}$ und $F_4 = 50 \text{ N}$

Gesucht: Kräfte F_2 und F_3

b) Gegeben: Kräfte $F_2 = 30 \text{ N}$ und $F_3 = 50 \text{ N}$

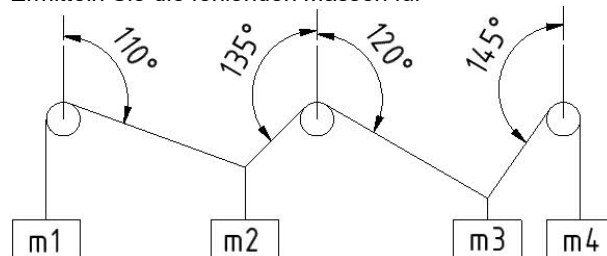
Gesucht: Kräfte F_1 und F_4



13 Seilsystem

Ein System von Gewichten, Seilen und reibungsfreien Rollen pendelt sich auf die gezeichnete Stellung ein.¹³

Ermitteln Sie die fehlenden Massen für



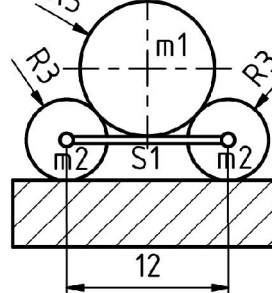
a) Masse $m_1 = 1 \text{ kg}$.

b) Masse $m_4 = 1 \text{ kg}$.

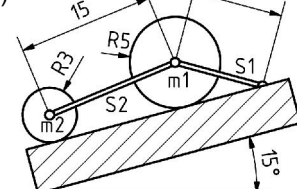
14 Walzen 2

Walzen mit den Massen $m_1 = 100 \text{ kg}$ und $m_2 = 25 \text{ kg}$ sind in unterschiedlicher Weise gelagert und mit den Seilen S_1 und S_2 gehalten.¹⁴

a)



b)



⁸ a) $F_N = 837 \text{ N}$; $F_S = 224 \text{ N}$

⁹ a) $F_1 = 9,2 \text{ kN}$; $F_2 = 22,7 \text{ kN}$

¹⁰ a) $F_1 = 119 \text{ N}$; $F_4 = 173,5 \text{ N}$

b) $F_N = 373 \text{ N}$; $F_m = 335 \text{ N}$

b) $F_1 = 24,2 \text{ kN}$; $F_2 = 29,5 \text{ kN}$

b) $F_2 = 198 \text{ N}$; $F_4 = 268 \text{ N}$

¹¹ a) $F_4 = 54,0 \text{ N}$; $143,5^\circ$

¹² a) $F_2 = 46,65 \text{ N}$; $F_3 = 52,19 \text{ N}$

¹³ a) $m_2 = 1,28 \text{ kg}$; $m_3 = 2,31 \text{ kg}$; $m_4 = 2,1 \text{ kg}$

¹⁴ a) $F_{S1} = 567 \text{ N}$

b) $F_4 = 45,0 \text{ N}$; $23,4^\circ$

b) $F_1 = 12,8 \text{ N}$; $F_4 = 50,8 \text{ N}$

b) $m_1 = 0,5 \text{ kg}$; $m_2 = 0,64 \text{ kg}$; $m_3 = 1,15 \text{ kg}$

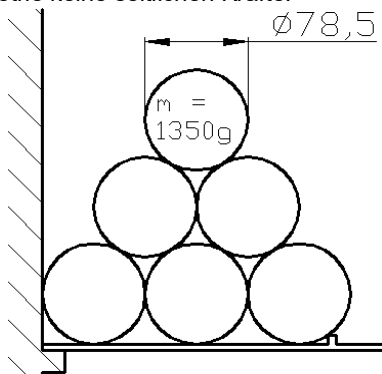
b) $F_{S1} = 374 \text{ N}$



15 Kühlschranks

Auf dem Zwischenboden eines Kühlschranks sind Mineralwasserflaschen mit der Masse $m = 1350 \text{ g}$ und dem Durchmesser $d = 78,5 \text{ mm}$ wie gezeichnet lückenlos gestapelt. Zwischen nebeneinander liegenden Flaschen wirken wegen der Symmetrie keine seitlichen Kräfte.¹⁵

- a) Mit welcher Kraft wirkt die oberste Flasche auf die Flaschen der mittleren Reihe?
- b) Mit welcher Kraft wirken die Flaschen der mittleren Reihe auf die Flaschen der unteren Reihe?
- c) Wie groß ist die Kraft, mit der die Kühlschrankwand den Stapel seitlich stützen muss?
- d) Auf der rechten Seite wird der Stapel durch einen Steg auf dem Zwischenboden gestützt. Wie hoch muss der Steg sein, damit der Stapel nicht nach rechts wegrutscht?



¹⁵ a) $F_1 = 7,8 \text{ N}$

b) $F_{\text{außen}} = 15,6 \text{ N}$; $F_{\text{innen}} = 7,8$
c) $F_{\text{Wand}} = 7,8 \text{ N}$
b) $h = 1,5 \text{ mm}$

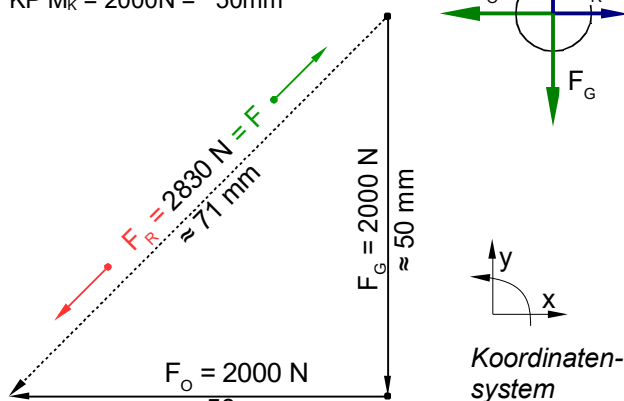


Lösungen

1 Oberleitungen

a) Ebene

Grafische Lösung LP Rolle
KP $M_K = 2000\text{ N} \approx 50\text{ mm}$



rechnerische Lösungen¹⁶:

$$F_{Gx} = F_G \cdot \cos \alpha_G = 2\text{ kN} \cdot \cos(270^\circ) = 0\text{ kN}$$

$$F_{Gy} = F_G \cdot \sin \alpha_G = -2\text{ kN} = 2\text{ kN} \cdot \sin(270^\circ)$$

$$F_{Ox} = F_O \cdot \cos \alpha_O = 2\text{ kN} \cdot \cos(180^\circ) = -2\text{ kN}$$

$$F_{Oy} = F_O \cdot \sin \alpha_O = 2\text{ kN} \cdot \sin(180^\circ) = 0\text{ kN}$$

$$F_{Rx} = +F_{Gx} + F_{Ox} = 0\text{ kN} - 2\text{ kN} = -2\text{ kN}$$

$$F_{Ry} = +F_{Gy} + F_{Oy} = -2\text{ kN} + 0\text{ kN} = -2\text{ kN}$$

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = 2,83\text{ kN}$$

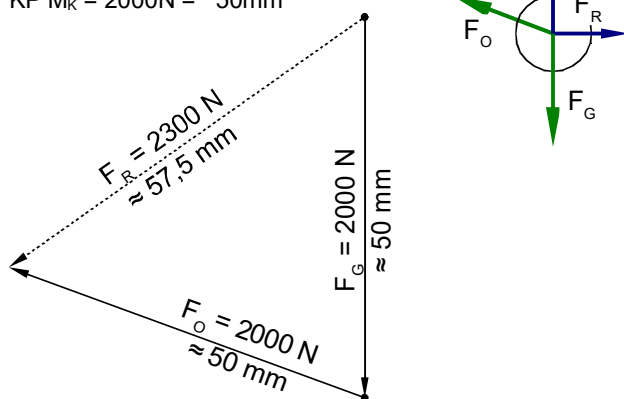
$$= \sqrt{(-2\text{ kN})^2 + (-2\text{ kN})^2}$$

$$\alpha'_R = \arctan \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \arctan \frac{-2\text{ kN}}{-2\text{ kN}} = 45,0^\circ$$

$$F_{Rx} < 0 \rightarrow \alpha_R = 180^\circ + \alpha'_R = 180 + 45^\circ = 225^\circ$$

b) Talstation

Grafische Lösung LP Rolle
KP $M_K = 2000\text{ N} \approx 50\text{ mm}$



rechnerische Lösungen:

$$F_{Gx} = F_G \cdot \cos \alpha_G = 2\text{ kN} \cdot \cos(270^\circ) = 0\text{ kN}$$

$$F_{Gy} = F_G \cdot \sin \alpha_G = 2\text{ kN} \cdot \sin(270^\circ) = -2\text{ kN}$$

$$F_{Ox} = F_O \cdot \cos \alpha_O = 2\text{ kN} \cdot \cos(160^\circ) = -1,879\text{ kN}$$

$$F_{Oy} = F_O \cdot \sin \alpha_O = 2\text{ kN} \cdot \sin(160^\circ) = 0,684\text{ kN}$$

$$F_{Rx} = +F_{Gx} + F_{Ox} = 0\text{ kN} - 1,879\text{ kN} = -1,879\text{ kN}$$

$$F_{Ry} = +F_{Gy} + F_{Oy} = -2\text{ kN} + 0,684\text{ kN} = -1,316\text{ kN}$$

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = 2,29\text{ kN}$$

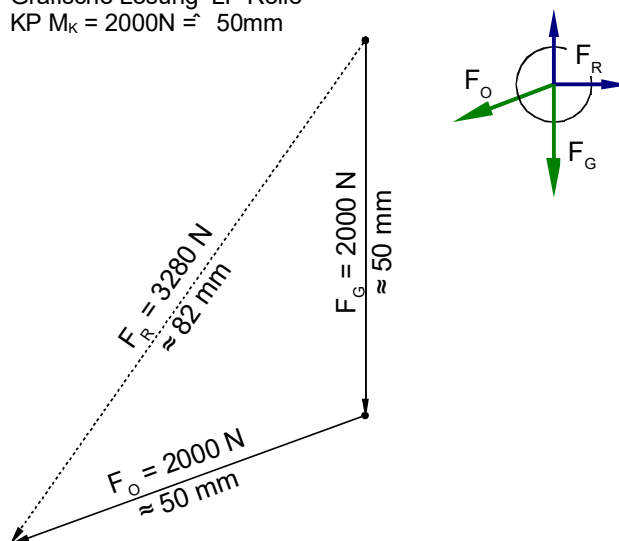
$$= \sqrt{(-1,879\text{ kN})^2 + (-1,316\text{ kN})^2}$$

$$\alpha'_R = \arctan \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \arctan \frac{-1,316\text{ kN}}{-1,879\text{ kN}} = 35,0^\circ$$

$$F_{Rx} < 0 \rightarrow \alpha_R = 180^\circ + \alpha'_R = 180 + 35^\circ = 215^\circ$$

c) Bergstation

Grafische Lösung LP Rolle
KP $M_K = 2000\text{ N} \approx 50\text{ mm}$



$$F_{Gx} = F_G \cdot \cos \alpha_G = 2\text{ kN} \cdot \cos(270^\circ) = 0\text{ kN}$$

$$F_{Gy} = F_G \cdot \sin \alpha_G = 2\text{ kN} \cdot \sin(270^\circ) = -2\text{ kN}$$

$$F_{Ox} = F_O \cdot \cos \alpha_O = 2\text{ kN} \cdot \cos(200^\circ) = -1,879\text{ kN}$$

$$F_{Oy} = F_O \cdot \sin \alpha_O = 2\text{ kN} \cdot \sin(200^\circ) = -0,684\text{ kN}$$

$$F_{Rx} = +F_{Gx} + F_{Ox} = 0\text{ kN} - 1,879\text{ kN} = -1,879\text{ kN}$$

$$F_{Ry} = +F_{Gy} + F_{Oy} = -2\text{ kN} - 0,684\text{ kN} = -2,684\text{ kN}$$

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = 3,28\text{ kN}$$

$$= \sqrt{(-1,879\text{ kN})^2 + (-2,684\text{ kN})^2}$$

$$\alpha'_R = \arctan \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \arctan \frac{-2,684\text{ kN}}{-1,879\text{ kN}} = 55,0^\circ$$

$$F_{Rx} < 0 \rightarrow \alpha_R = 180^\circ + \alpha'_R = 180 + 55^\circ = 235^\circ$$

Bei einer realen Eisenbahn wird die Gewichtskraft an den Umlenkrollen oft auch noch übersetzt, aber das würde die Aufgaben etwas verkomplizieren.

Ergänzen: Beispiele für F_R in verschiedenen Quadranten

¹⁶ Alle Winkel sind von der x-Achse aus angegeben.

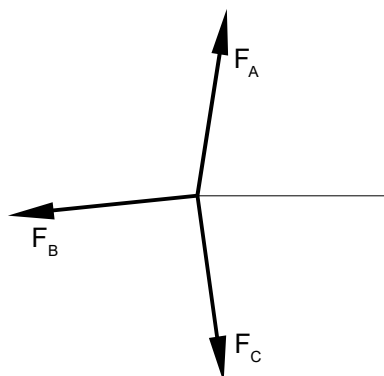


2 Eimerziehen

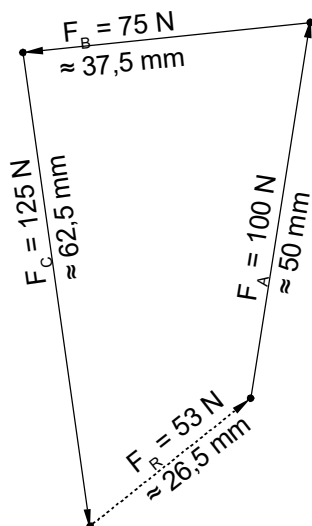
a)

grafische Lösungen:

LP Stern (zum Zeichnen)



KP $M_K = 100\text{ N} \hat{=} 50\text{ mm}$ (Beispiel)



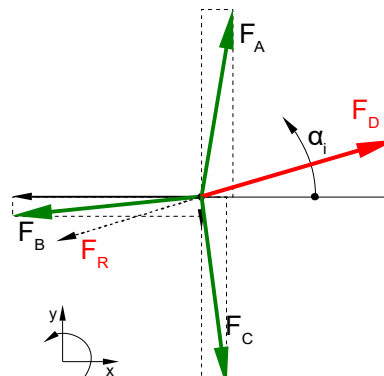
rechnerische Lösungen:

$$\begin{aligned} F_{Ax} &= F_A \cdot \cos \alpha_A = 100\text{ N} \cdot \cos(81^\circ) = 15,64\text{ N} \\ F_{Ay} &= F_A \cdot \sin \alpha_A = 100\text{ N} \cdot \sin(81^\circ) = 98,77\text{ N} \\ F_{Bx} &= F_B \cdot \cos \alpha_B = 75\text{ N} \cdot \cos(186^\circ) = -74,59\text{ N} \\ F_{By} &= F_B \cdot \sin \alpha_B = 75\text{ N} \cdot \sin(186^\circ) = -7,84\text{ N} \\ F_{Cx} &= F_C \cdot \cos \alpha_C = 125\text{ N} \cdot \cos(-82^\circ) = 17,40\text{ N} \\ F_{Cy} &= F_C \cdot \sin \alpha_C = 125\text{ N} \cdot \sin(-82^\circ) = -123,78\text{ N} \\ F_{Rx} &= +F_{Ax} + F_{Bx} + F_{Cx} = 15,64\text{ N} - 74,59\text{ N} + 17,40\text{ N} \\ &= -41,55\text{ N} \\ F_{Ry} &= +F_{Ay} + F_{By} + F_{Cy} = 98,77\text{ N} - 7,84\text{ N} - 123,78\text{ N} \\ &= -32,85\text{ N} \\ F_R &= \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(-41,55\text{ N})^2 + (-32,85\text{ N})^2} = 53,0\text{ N} \\ \alpha'_R &= \arctan \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \arctan \frac{-32,85\text{ N}}{-41,55\text{ N}} = 38,3^\circ \\ F_{Rx} < 0 \rightarrow \alpha_R &= 180^\circ + \alpha'_R = 180^\circ + 38,8^\circ = 218,8^\circ \end{aligned}$$

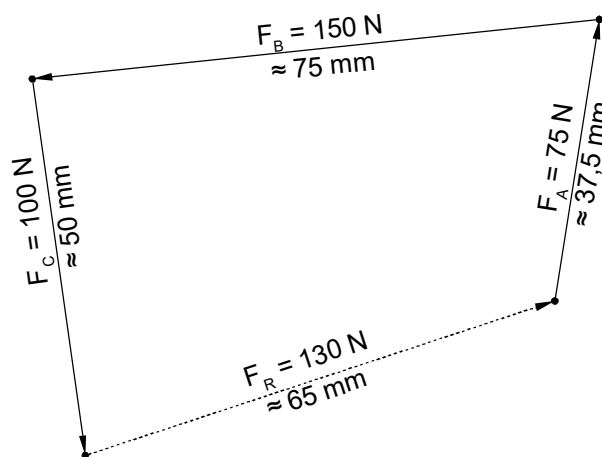
Dennis zieht entgegengesetzt zu F_R mit $\alpha_4 = 38,3^\circ$ nach links oben

b)

LS Stern (zum Rechnen)



KP $M_K = 100\text{ N} \hat{=} 50\text{ mm}$ (Beispiel)



$$\begin{aligned} F_{Ax} &= F_A \cdot \cos \alpha_A = 75\text{ N} \cdot \cos(81^\circ) = 11,73\text{ N} \\ F_{Ay} &= F_A \cdot \sin \alpha_A = 75\text{ N} \cdot \sin(81^\circ) = 74,08\text{ N} \\ F_{Bx} &= F_B \cdot \cos \alpha_B = 150\text{ N} \cdot \cos(186^\circ) = -149,18\text{ N} \\ F_{By} &= F_B \cdot \sin \alpha_B = 150\text{ N} \cdot \sin(186^\circ) = -15,68\text{ N} \\ F_{Cx} &= F_C \cdot \cos \alpha_C = 100\text{ N} \cdot \cos(-82^\circ) = 13,92\text{ N} \\ F_{Cy} &= F_C \cdot \sin \alpha_C = 100\text{ N} \cdot \sin(-82^\circ) = -99,03\text{ N} \\ F_{Rx} &= +F_{Ax} + F_{Bx} + F_{Cx} = 11,73\text{ N} - 149,18\text{ N} + 13,92\text{ N} \\ &= -123,53\text{ N} \\ F_{Ry} &= +F_{Ay} + F_{By} + F_{Cy} = 74,08\text{ N} - 15,68\text{ N} - 99,03\text{ N} \\ &= -40,63\text{ N} \\ F_R &= \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(-123,53\text{ N})^2 + (-40,63\text{ N})^2} = 130,0\text{ N} \\ \alpha'_R &= \arctan \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \arctan \frac{-40,63\text{ N}}{-123,53\text{ N}} = 18,2^\circ \\ F_{Rx} < 0 \rightarrow \alpha_R &= 180^\circ + \alpha'_R = 180^\circ + 18,2^\circ = 198,8^\circ \end{aligned}$$

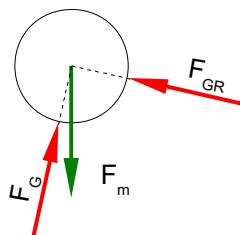
Dennis zieht entgegengesetzt zu F_R mit $\alpha_4 = 18,2^\circ$ nach links oben

3 Kräfte zerlegen

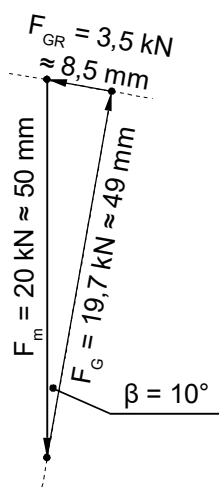
a) Gabelstapler

grafische Lösungen:

LP Rolle



KP $M_K = 20 \text{ kN} \approx 50 \text{ mm}$



rechnerische Lösungen:

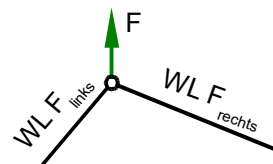
(einfacher Fall mit einem rechten Winkel)

$$F_G = F_m \cdot \sin 10^\circ = 20 \text{ kN} \cdot \sin 10^\circ = 3,5 \text{ kN}$$

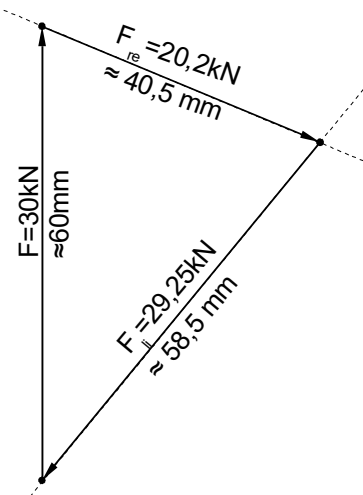
$$F_{GR} = F_m \cdot \cos 10^\circ = 20 \text{ kN} \cdot \cos 10^\circ = 19,7 \text{ kN}$$

b) Seilgeschirr

LP Kranhaken (Hinweis: Konstruieren Sie die Winkel zeichnerisch mithilfe der Maßstäbe!)



KP $M_K = 30 \text{ kN} \approx 60 \text{ mm}$



(allgemeiner Fall mit beliebigen Winkeln)

$$\beta_{li} = \arctan \frac{3 \cdot u}{1,2 \cdot u} = 68,2^\circ$$

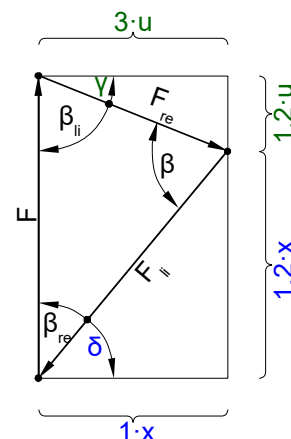
$$\beta_{re} = \arctan \frac{1 \cdot x}{1,2 \cdot x} = 39,8^\circ$$

$$\begin{aligned} \beta &= 180^\circ - \beta_{li} - \beta_{re} \\ &= 180^\circ - 68,2^\circ - 39,8^\circ \\ &= 72,0^\circ \end{aligned}$$

$$\frac{F_1}{\sin \beta_1} = \frac{F_2}{\sin \beta_2} = \frac{F_3}{\sin \beta_3} \Rightarrow$$

$$F_{li} = F \cdot \frac{\sin \beta_{li}}{\sin \beta} = 30 \text{ kN} \cdot \frac{\sin 68,2^\circ}{\sin 72,0^\circ} = 29,3 \text{ kN}$$

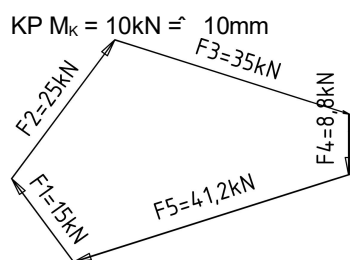
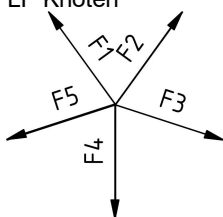
$$F_{re} = F \cdot \frac{\sin \beta_{re}}{\sin \beta} = 30 \text{ kN} \cdot \frac{\sin 39,8^\circ}{\sin 72,0^\circ} = 20,2 \text{ kN}$$





4 Zentrales Kräftesystem

a) Aufgabe I LP Knoten



Bekannte Kräfte zusammensetzen:

$$\begin{aligned} F_{1x} &= F_1 \cdot \cos \alpha_1 = 15 \text{ kN} \cdot \cos(126^\circ) = -8,82 \text{ kN} \\ F_{1y} &= F_1 \cdot \sin \alpha_1 = 15 \text{ kN} \cdot \sin(126^\circ) = 12,14 \text{ kN} \\ F_{2x} &= F_2 \cdot \cos \alpha_2 = 25 \text{ kN} \cdot \cos(54^\circ) = 14,69 \text{ kN} \\ F_{2y} &= F_2 \cdot \sin \alpha_2 = 25 \text{ kN} \cdot \sin(54^\circ) = 20,23 \text{ kN} \\ F_{3x} &= F_3 \cdot \cos \alpha_3 = 35 \text{ kN} \cdot \cos(-18^\circ) = 33,29 \text{ kN} \\ F_{3y} &= F_3 \cdot \sin \alpha_3 = 35 \text{ kN} \cdot \sin(-18^\circ) = -10,82 \text{ kN} \\ F_{Rx} &= F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = (-8,82 + 14,69 + 33,29) \text{ kN} = 39,16 \text{ kN} \\ F_{Ry} &= F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = (12,14 + 20,23 - 10,82) \text{ kN} = 21,55 \text{ kN} \\ F_R &= \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(39,16 \text{ kN})^2 + (21,55 \text{ kN})^2} = 44,70 \text{ kN} \\ \alpha'_R &= \arctan \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \arctan \frac{21,55 \text{ kN}}{39,16 \text{ kN}} = 28,8^\circ \\ \text{nach rechts oben} &\Rightarrow \alpha_R = 28,8^\circ \end{aligned}$$

Lösung per Resultierender und Sinussatz:

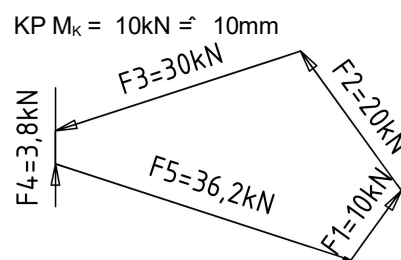
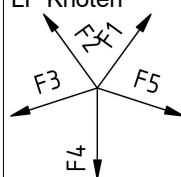
Skizze siehe KP (F_R statt F_1 , F_2 und F_3)

$$\begin{aligned} \frac{F_R}{\sin \beta_R} &= \frac{F_4}{\sin \beta_4} = \frac{F_5}{\sin \beta_5} \\ F_4 &= F_R \cdot \frac{\sin \beta_4}{\sin \beta_R} = 44,7 \text{ kN} \cdot \frac{\sin 10,8^\circ}{\sin 108^\circ} = 8,81 \text{ kN} \\ F_5 &= F_R \cdot \frac{\sin \beta_5}{\sin \beta_R} = 44,7 \text{ kN} \cdot \frac{\sin 61,2^\circ}{\sin 108^\circ} = 41,2 \text{ kN} \end{aligned}$$

Richtungen ergeben sich aus der KP-Skizze

	F [N]	α [°]	F_x [N]	F_y [N]
F_1	15	126	-8,82	12,14
F_2	25	54	14,69	20,23
F_3	35	-18	33,29	-10,82
F_R	44,7	28,8	39,16	21,55
F_4	8,82	270	0	-8,82
F_5	41,18	198	-39,16	-12,73
Kontrolle	$\Sigma =$		0	0

b) Aufgabe II LP Knoten



$$\begin{aligned} F_{1x} &= F_1 \cdot \cos \alpha_1 = 10 \text{ kN} \cdot \cos(54^\circ) = 5,88 \text{ kN} \\ F_{1y} &= F_1 \cdot \sin \alpha_1 = 10 \text{ kN} \cdot \sin(54^\circ) = 8,09 \text{ kN} \\ F_{2x} &= F_2 \cdot \cos \alpha_2 = 20 \text{ kN} \cdot \cos(126^\circ) = -11,76 \text{ kN} \\ F_{2y} &= F_2 \cdot \sin \alpha_2 = 20 \text{ kN} \cdot \sin(126^\circ) = 16,18 \text{ kN} \\ F_{3x} &= F_3 \cdot \cos \alpha_3 = 30 \text{ kN} \cdot \cos(198^\circ) = -28,53 \text{ kN} \\ F_{3y} &= F_3 \cdot \sin \alpha_3 = 30 \text{ kN} \cdot \sin(198^\circ) = -9,27 \text{ kN} \\ F_{Rx} &= F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = (5,88 - 11,76 - 28,53) \text{ kN} = -34,41 \text{ kN} \\ F_{Ry} &= F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = (8,09 + 16,18 - 9,27) \text{ kN} = 15 \text{ kN} \\ F_R &= \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(-34,41 \text{ kN})^2 + (15 \text{ kN})^2} = 37,54 \text{ kN} \\ \alpha'_R &= \arctan \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \arctan \frac{15 \text{ kN}}{-34,41 \text{ kN}} = -23,6^\circ \\ \text{nach links oben} &\Rightarrow \alpha_R = 180^\circ - 23,6^\circ = 156,4^\circ \end{aligned}$$

Lösung per Resultierender und Sinussatz:

Skizze siehe KP (F_R statt F_1 , F_2 und F_3)

$$\begin{aligned} \frac{F_R}{\sin \beta_R} &= \frac{F_4}{\sin \beta_4} = \frac{F_5}{\sin \beta_5} \\ F_4 &= F_R \cdot \frac{\sin \beta_4}{\sin \beta_R} = 37,54 \text{ kN} \cdot \frac{\sin 5,6^\circ}{\sin 108^\circ} = 3,8 \text{ kN} \\ F_5 &= F_R \cdot \frac{\sin \beta_5}{\sin \beta_R} = 37,54 \text{ kN} \cdot \frac{\sin 66,4^\circ}{\sin 108^\circ} = 36,2 \text{ kN} \end{aligned}$$

Richtungen ergeben sich aus der KP-Skizze

	F [N]	α [°]	F_x [N]	F_y [N]
F_1	10	54	5,88	8,09
F_2	20	126	-11,76	16,18
F_3	30	198	-28,53	-9,27
F_R	37,54	156,4	-34,41	15
F_4	3,8	270	0	-3,82
F_5	36,2	342	34,41	-11,18
Kontrolle	$\Sigma =$		0	0

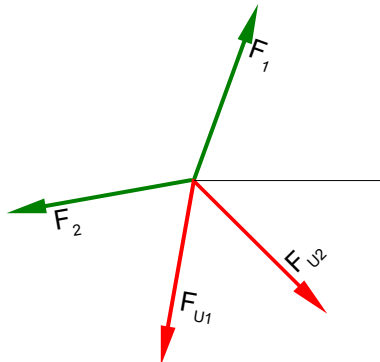


5 Mobile Antenne

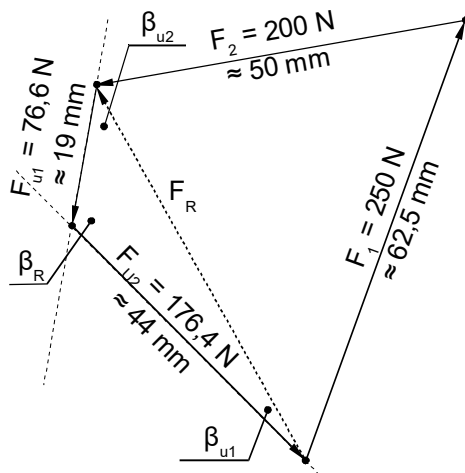
a)

grafische Lösungen:

LP Antenne (zum Zeichnen)

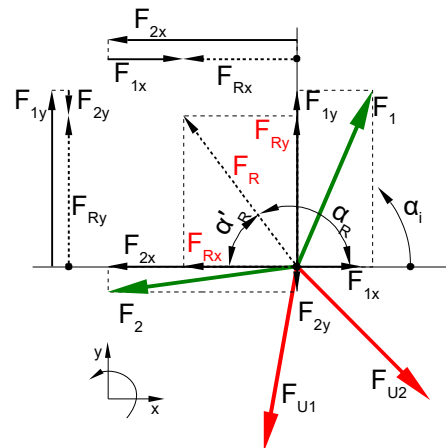


KP $M_K = 200 \text{ N} \approx 50 \text{ mm}$

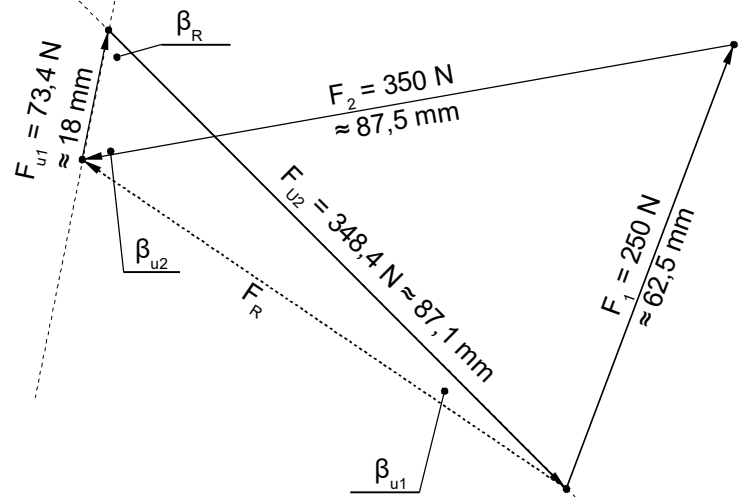


b)

LS Antenne (zum Rechnen, ausführlich)



KP $M_K = 200 \text{ N} \approx 50 \text{ mm}$



F_{U1} wirkt entgegen des LP in Richtung des Mastes, ist also eine Druckkraft. Da Seile keinen Druck übertragen, muss F_{U1} vom Mast gehalten werden.

rechnerische Lösungen

$$\begin{aligned}
 F_{1x} &= F_1 \cdot \cos \alpha_1 = 250 \text{ N} \cdot \cos(70^\circ) = 85,51 \text{ N} \\
 F_{1y} &= F_1 \cdot \sin \alpha_1 = 250 \text{ N} \cdot \sin(70^\circ) = 234,92 \text{ N} \\
 F_{2x} &= F_2 \cdot \cos \alpha_2 = 200 \text{ N} \cdot \cos(190^\circ) = -196,96 \text{ N} \\
 F_{2y} &= F_2 \cdot \sin \alpha_2 = 200 \text{ N} \cdot \sin(190^\circ) = -34,73 \text{ N} \\
 F_{Rx} &= +F_{1x} + F_{2x} = 85,51 \text{ N} - 196,96 \text{ N} = -111,46 \text{ N} \\
 F_{Ry} &= +F_{1y} + F_{2y} = 234,92 \text{ N} - 34,73 \text{ N} = 200,19 \text{ N} \\
 F_R &= \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(-111,46 \text{ N})^2 + (200,19 \text{ N})^2} = 229,1 \text{ N} \\
 \alpha'_R &= \arctan \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \arctan \frac{200,19 \text{ N}}{-111,46 \text{ N}} = -60,9^\circ \\
 F_{Rx} < 0 &\rightarrow \alpha_R = 180^\circ + \alpha'_R = 180^\circ - 60,9^\circ = 119,1^\circ \\
 \beta_{U1} &= 60,9^\circ - 45^\circ = 15,9^\circ \\
 \beta_{U2} &= 119,1^\circ - 80^\circ = 39,1^\circ \\
 \beta_R &= 70^\circ + 120^\circ + 70^\circ - 135^\circ = 125^\circ \\
 F_{U1} &= F_R \cdot \frac{\sin \beta_{U1}}{\sin \beta_R} = 229,1 \text{ N} \cdot \frac{\sin 15,9^\circ}{\sin 125^\circ} = 76,6 \text{ N} \\
 F_{U2} &= F_R \cdot \frac{\sin \beta_{U2}}{\sin \beta_R} = 229,1 \text{ N} \cdot \frac{\sin 39,1^\circ}{\sin 125^\circ} = 176,4 \text{ N}
 \end{aligned}$$

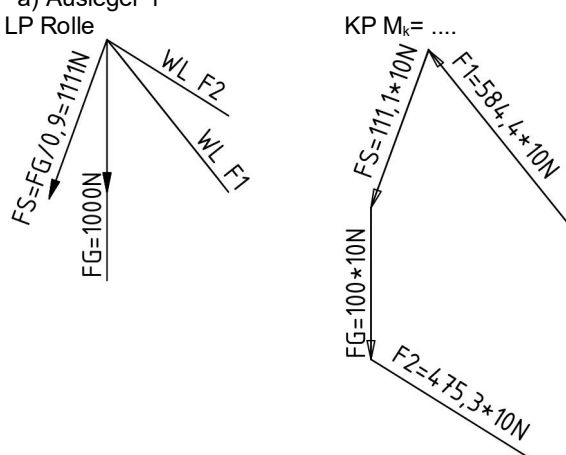
$$\begin{aligned}
 F_{1x} &= F_1 \cdot \cos \alpha_1 = 250 \text{ N} \cdot \cos(70^\circ) = 85,51 \text{ N} \\
 F_{1y} &= F_1 \cdot \sin \alpha_1 = 250 \text{ N} \cdot \sin(70^\circ) = 234,92 \text{ N} \\
 F_{2x} &= F_2 \cdot \cos \alpha_2 = 350 \text{ N} \cdot \cos(190^\circ) = -344,68 \text{ N} \\
 F_{2y} &= F_2 \cdot \sin \alpha_2 = 350 \text{ N} \cdot \sin(190^\circ) = -60,78 \text{ N} \\
 F_{Rx} &= +F_{1x} + F_{2x} = 85,51 \text{ N} - 344,68 \text{ N} = -259,17 \text{ N} \\
 F_{Ry} &= +F_{1y} + F_{2y} = 234,92 \text{ N} - 60,78 \text{ N} = 174,14 \text{ N} \\
 F_R &= \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(-259,17 \text{ N})^2 + (174,14 \text{ N})^2} = 312,2 \text{ N} \\
 \alpha'_R &= \arctan \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \arctan \frac{174,14 \text{ N}}{-259,17 \text{ N}} = -33,9^\circ \\
 F_{Rx} < 0 &\rightarrow \alpha_R = 180^\circ + \alpha'_R = 180^\circ - 33,9^\circ = 146,1^\circ \\
 \beta_{U1} &= 146,1^\circ - (180^\circ - 45^\circ) = 11,1^\circ \\
 \beta_{U2} &= (70^\circ + 120^\circ + 70^\circ) - 146,1^\circ = 113,9^\circ \\
 \beta_R &= (360^\circ - 45^\circ) - (70^\circ + 120^\circ + 70^\circ) = 55^\circ \\
 F_{U1} &= F_R \cdot \frac{\sin \beta_{U1}}{\sin \beta_R} = 312,2 \text{ N} \cdot \frac{\sin 11,1^\circ}{\sin 55^\circ} = 73,4 \text{ N} \\
 F_{U2} &= F_R \cdot \frac{\sin \beta_{U2}}{\sin \beta_R} = 312,2 \text{ N} \cdot \frac{\sin 113,9^\circ}{\sin 55^\circ} = 348,4 \text{ N}
 \end{aligned}$$



6 Kranausleger (Grafische Lösungen)

a) Ausleger 1

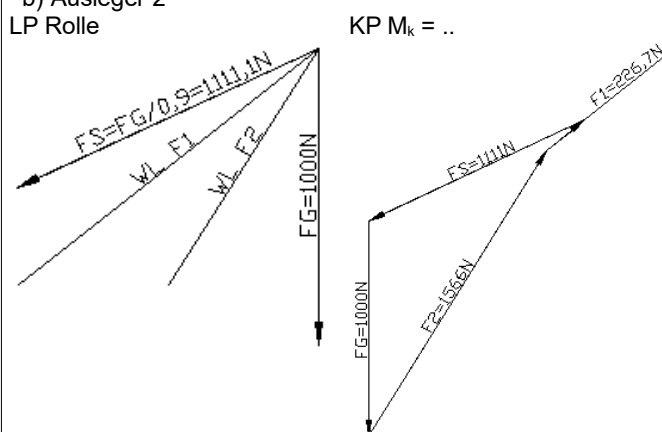
LP Rolle



	F [N]	α [°]	F_x [N]	F_y [N]
F_G	1000	270	0	-1000
F_S	1111,11	250	-380,02	-1044,1
F_R	2079,13	259,47	-380,02	-2044,1
F_1	5843,79	128,66	-3650,59	4563,23
F_2	-4753,09	147,99	4030,61	-2519,13

b) Ausleger 2

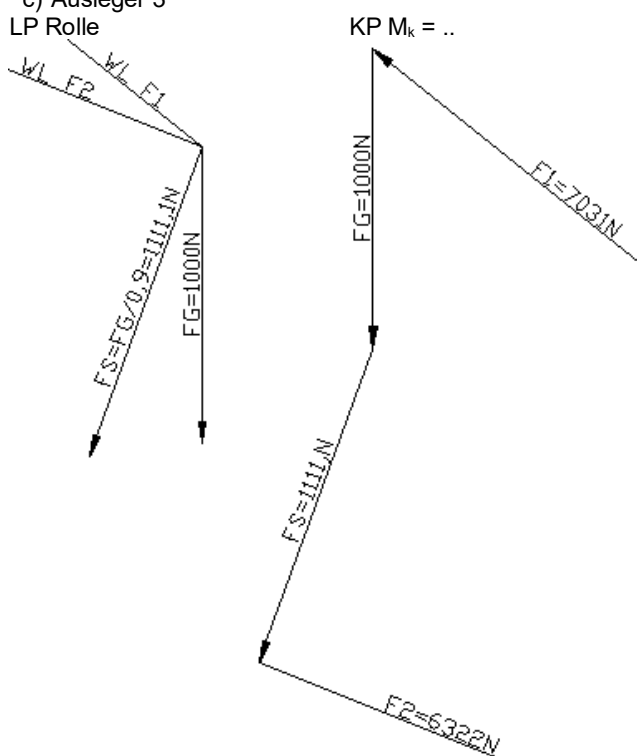
LP Rolle



	F [N]	α [°]	F_x [N]	F_y [N]
F_G	1000	270	0	-1000
F_S	1111,11	205	-1007,01	-469,58
F_R	1781,49	235,58	-1007,01	-1469,58
F_1	226,73	38,66	177,05	141,64
F_2	1565,97	57,99	829,96	1327,94

c) Ausleger 3

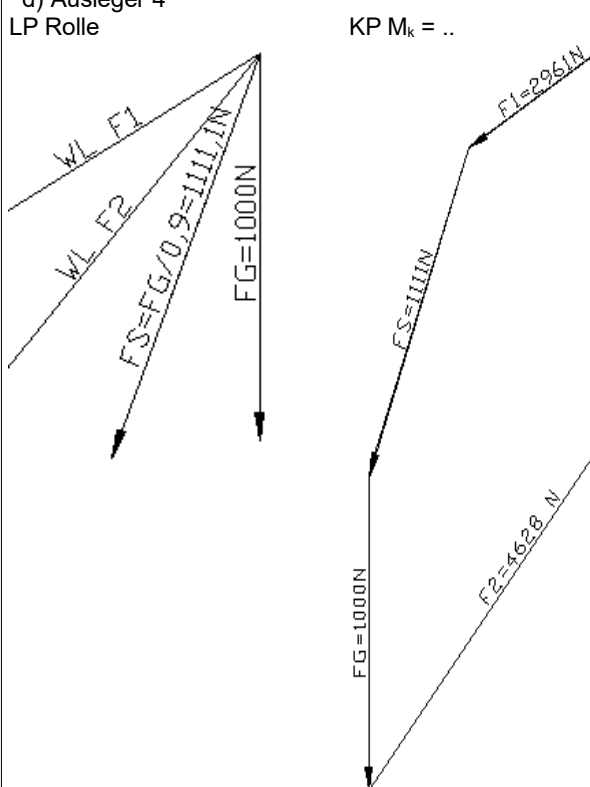
LP Rolle



	F [N]	α [°]	F_x [N]	F_y [N]
F_G	1000	270	0	-1000
F_S	1111,11	250	-380,02	-1044,1
F_R	2079,13	259,47	-380,02	-2044,1
F_1	-7030,99	-38,66	-5490,28	4392,22
F_2	6322,51	-21,8	5870,3	-2348,12

d) Ausleger 4

LP Rolle



	F [N]	α [°]	F_x [N]	F_y [N]
F_G	1000	270	0	-1000
F_S	1111,11	250	-380,02	-1044,1
F_R	2079,13	259,47	-380,02	-2044,1
F_1	-2960,52	32,01	-2510,52	-1569,07
F_2	4627,13	51,34	2890,54	3613,18

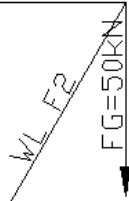


7 Fachwerke

a) LP Knoten I (unten links)

KP $M_k = ..$

WL F_1

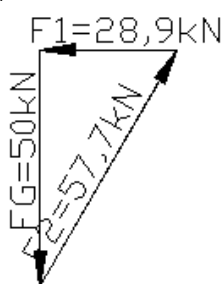


$$F_1 = F_G \cdot \tan 30^\circ$$

$$F_1 = 50 \text{ kN} \cdot \tan 30^\circ = 28,9 \text{ kN}$$

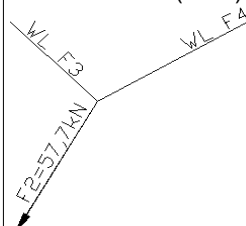
$$F_2 = \frac{F_G}{\cos 30^\circ} = \frac{50 \text{ kN}}{\cos 30^\circ} = 57,7 \text{ kN}$$

F_1 und F_3 sind Druck-, die anderen Zugkräfte.



LP Knoten II (Mitte)

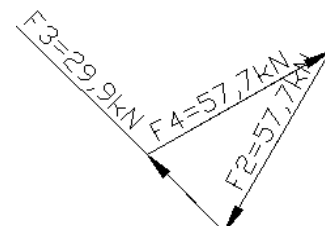
KP $M_k = ..$



$$|F_4| = |F_2|$$

$$F_3 = 2 \cdot F_2 \cdot \sin \frac{30^\circ}{2}$$

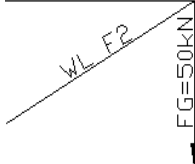
$$F_3 = 2 \cdot 57,7 \text{ kN} \cdot \sin \frac{30^\circ}{2} = 29,9 \text{ kN}$$



b) LP Knoten I (links oben)

KP $M_k = ..$

WL F_1



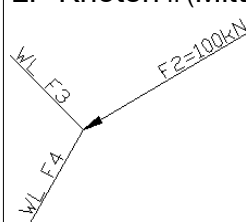
F_1 ist eine Zugkraft, alle anderen Kräfte sind Druckkräfte.

$$F_1 = \frac{50 \text{ kN}}{\tan 30^\circ} = 86,6 \text{ kN}$$

$$F_2 = \frac{50 \text{ kN}}{\sin 30^\circ} = 100 \text{ kN}$$

LP Knoten II (Mitte)

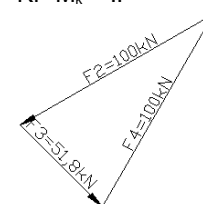
KP $M_k = ..$



$$F_3 = 2 \cdot F_2 \cdot \sin 15^\circ$$

$$F_3 = 2 \cdot 100 \text{ kN} \cdot \sin 15^\circ = 51,8 \text{ kN}$$

$$|F_4| = |F_2| = 100 \text{ kN}$$

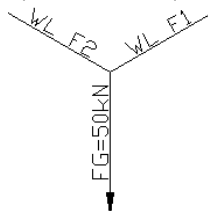


c) $F_3 = 0$ (Nullstab)

Stab 3 verhindert Knicken des Stabes 2/4

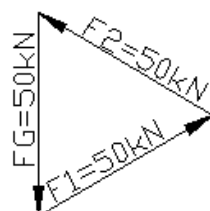
d) LP Knoten I (unten)

KP $M_k = ..$



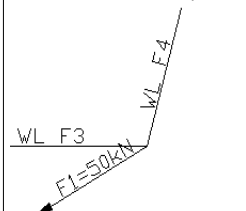
F_3 ist eine Druckkraft, alle anderen Kräfte sind Zugkräfte.

$$|F_1| = |F_2| = |F_G| = 50 \text{ kN}$$



LP Knoten II (Mitte)

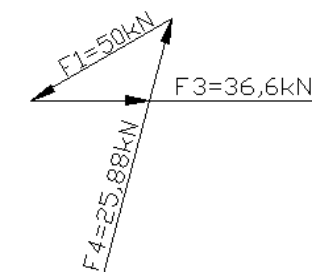
KP $M_k = ..$



$$\frac{F_1}{\sin 105^\circ} = \frac{F_3}{\sin 45^\circ} = \frac{F_4}{\sin 30^\circ}$$

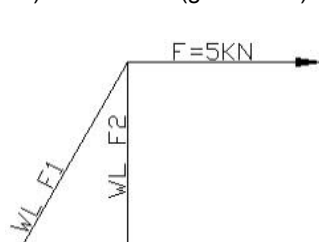
$$F_3 = 50 \text{ kN} \cdot \frac{\sin 45^\circ}{\sin 105^\circ} = 36,6 \text{ kN}$$

$$F_4 = 50 \text{ kN} \cdot \frac{\sin 30^\circ}{\sin 105^\circ} = 25,9 \text{ kN}$$



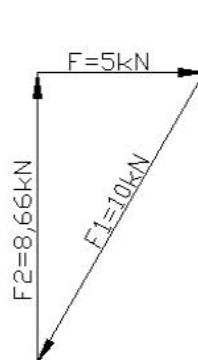
e) LP Knoten I (ganz oben)

KP $M_k = ..$



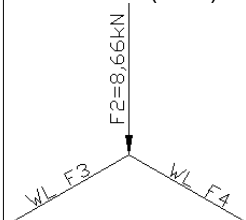
$$F_1 = \frac{5 \text{ kN}}{\sin 30^\circ} = 10 \text{ kN}$$

$$F_2 = \frac{5 \text{ kN}}{\tan 30^\circ} = 8,66 \text{ kN}$$



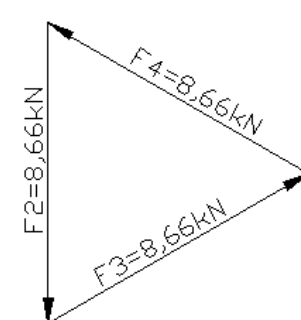
LP Knoten II (Mitte)

KP $M_k = ..$



$$F_3 = F_4 = F_2 = 8,66 \text{ kN}$$

F_1 ist eine Zugkraft¹⁷, alle anderen Kräfte sind Druckkräfte.



f) $F_3 = F_5 = F_6 = 0$ (Nullstäbe)

verhindern Knicken des Stabes 2/7

¹⁷ Beispiel: Im Kräfteplan des Knoten II wirkt F_4 nach links oben. Diese Richtung überträgt man in den Lageplan auf das Bauteil, das F_4 überträgt, hier die Strebe 4. Sie liegt rechts unten vom freigemachten Knoten, deshalb zeigt F_4 in Richtung des Knotens und ist eine Druckkraft. Läge die Strebe links oben vom Knoten, würde F_4 vom Knoten wegzeigen und wäre eine Zugkraft. [Müller-Breslau I] S.211 nimmt die Kräfte zunächst als Zugkräfte an und wenn das Ergebnis negativ wird, ist es ein Druckstab.



8 Walze

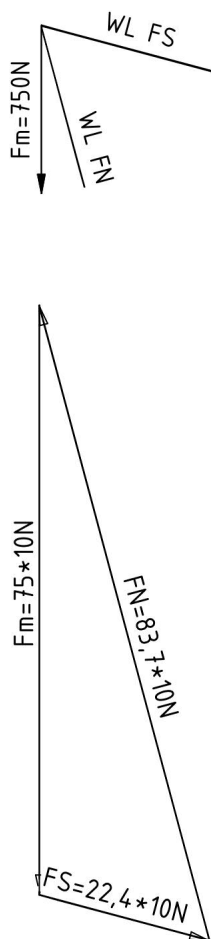
a) Geg: $m = 75 \text{ kg}$

Grafische Lösung

LP Walze

(Winkel zeichnerisch ermittelt)

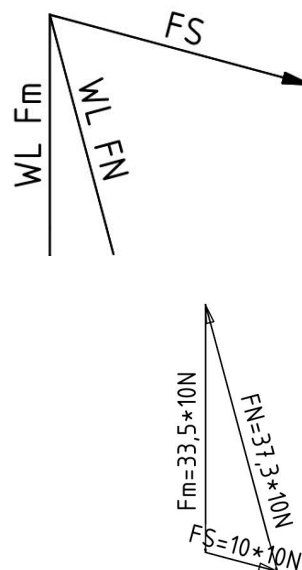
KP $M_K = 100 \text{ N} \approx 10 \text{ mm}$



b) Geg: $F_s = 100 \text{ N}$

LP Walze

KP, $M_K = 100 \text{ N} \approx 10 \text{ mm}$





9 Umlenkrollen

a) Aufgabe I

Rechnerische Lösungen

Annahme: F_1 und F_2 wirken auf Zug, also vom Knoten weg

	F [kN]	α [°]	F_x [kN]	F_y [kN]
F_D	10	-15	9,66	-2,59
F_L	10	270	0	-10
F_R	15,87	-52,5	9,66	-12,59
F_1	-9,2	180	9,23	0
F_2	22,7	146,31	-18,89	12,59
Kontrolle		$\Sigma =$	0	0

Vorbereitung:

$$\alpha'_2 = \arctan \frac{1m}{1,5m} = 33,69^\circ$$

$$\alpha_2 = 180^\circ - \alpha'_2 = 180^\circ - 33,69^\circ = 146,31^\circ$$

$$F_{Dx} = F_D \cdot \cos \alpha_D = 10 \text{ kN} \cdot \cos(-15^\circ) = 9,66 \text{ kN}$$

$$F_{Dy} = F_D \cdot \sin \alpha_D = 10 \text{ kN} \cdot \sin(-15^\circ) = -2,59 \text{ kN}$$

$$F_{Lx} = F_L \cdot \cos \alpha_L = 10 \text{ kN} \cdot \cos(270^\circ) = 0 \text{ kN}$$

$$F_{Ly} = F_L \cdot \sin \alpha_L = 10 \text{ kN} \cdot \sin(270^\circ) = -10 \text{ kN}$$

Lösung per Gleichungssystem:

$$\Sigma F_y = 0 = F_{2y} + F_{Ly} + F_{Dy} \Rightarrow$$

$$F_{2y} = -(F_{Ly} + F_{Dy}) = -(-10 - 2,59) \text{ kN} = 12,59 \text{ kN}$$

$$F_2 = \frac{F_{2y}}{\sin \alpha_2} = \frac{12,59 \text{ kN}}{\sin 146,31^\circ} = 22,7 \text{ kN}$$

$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos \alpha_2 = 22,7 \text{ kN} \cdot \cos 146,31^\circ = -18,89 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_x = 0 = F_{2x} + F_{1x} + F_{Lx} + F_{Dx} \Rightarrow$$

$$F_{1x} = -(F_{2x} + F_{Lx} + F_{Dx}) = -(-18,89 + 0 + 9,66) \text{ kN} = 9,23 \text{ kN}$$

$$F_1 = \frac{F_{1x}}{\cos \alpha_1} = \frac{9,23 \text{ kN}}{\cos 180^\circ} = -9,23 \text{ kN}$$

$$F_{1y} = F_1 \cdot \sin \alpha_1 = -9,23 \text{ kN} \cdot \sin 180^\circ = 0 \text{ kN}$$

Der Wert von F_1 ist negativ, also war die Richtungsannahme falsch und F_1 wirkt auf Druck.

F_2 wirkt wie angenommen auf Zug.

Lösung per Resultierender und Sinussatz:

$$F_{Rx} = +F_{Dx} + F_{Lx} = 9,66 \text{ kN} + 0 \text{ kN} = 9,66 \text{ kN}$$

$$F_{Ry} = +F_{Dy} + F_{Ly} = -2,59 \text{ kN} - 10,0 \text{ kN} = -12,59 \text{ kN}$$

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(9,66 \text{ kN})^2 + (-12,59 \text{ kN})^2} = 15,87 \text{ kN}$$

$$\alpha'_R = \arctan \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \arctan \frac{-12,59 \text{ kN}}{9,66 \text{ kN}} = -52,5^\circ$$

$$\text{gegen die } +x\text{-Achse (nach rechts unten)} \Rightarrow \alpha_R = -52,5^\circ$$

Skizze siehe KP (F_R statt F_D und F_L)

$$\frac{F_R}{\sin \beta_R} = \frac{F_2}{\sin \beta_2} = \frac{F_1}{\sin \beta_1}$$

$$F_2 = F_R \cdot \frac{\sin \beta_2}{\sin \beta_R} = 15,87 \text{ kN} \cdot \frac{\sin 127,5^\circ}{\sin 33,69^\circ} = 22,7 \text{ kN}$$

$$F_1 = F_R \cdot \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_R} = 15,87 \text{ kN} \cdot \frac{\sin 18,81^\circ}{\sin 33,69^\circ} = 9,2 \text{ kN}$$

Richtungen ergeben sich aus der KP-Skizze

b) Aufgabe II

Annahme: F_1 und F_2 wirken auf Zug, also vom Knoten weg

	F [kN]	α [°]	F_x [kN]	F_y [kN]
F_D	10	-20	9,40	-3,42
F_L	10	270	0	-10
F_R	16,38	-55,0	9,40	-13,42
F_1	-24,19	213,69	20,13	13,42
F_2	29,53	180	29,53	0
Kontrolle		$\Sigma =$	0	0

Vorbereitung:

$$\alpha'_2 = \arctan \frac{2m}{3m} = 33,69^\circ$$

$$\alpha_2 = 180^\circ + \alpha'_2 = 180^\circ + 33,69^\circ = 213,69^\circ$$

$$F_{Dx} = F_D \cdot \cos \alpha_D = 10 \text{ kN} \cdot \cos(-15^\circ) = 9,66 \text{ kN}$$

$$F_{Dy} = F_D \cdot \sin \alpha_D = 10 \text{ kN} \cdot \sin(-15^\circ) = -2,59 \text{ kN}$$

$$F_{Lx} = F_L \cdot \cos \alpha_L = 10 \text{ kN} \cdot \cos(270^\circ) = 0 \text{ kN}$$

$$F_{Ly} = F_L \cdot \sin \alpha_L = 10 \text{ kN} \cdot \sin(270^\circ) = -10 \text{ kN}$$

Lösung per Gleichungssystem:

$$\Sigma F_y = 0 = F_{1y} + F_{Ly} + F_{Dy} \Rightarrow$$

$$F_{1y} = -(F_{Ly} + F_{Dy}) = -(-10 - 2,59) \text{ kN} = 12,59 \text{ kN}$$

$$F_1 = \frac{F_{1y}}{\sin \alpha_2} = \frac{12,59 \text{ kN}}{\sin 213,69^\circ} = -22,7 \text{ kN}$$

$$F_{1x} = F_1 \cdot \cos \alpha_2 = -22,7 \text{ kN} \cdot \cos 213,69^\circ = 18,89 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_x = 0 = F_{2x} + F_{1x} + F_{Lx} + F_{Dx} \Rightarrow$$

$$F_{2x} = -(F_{1x} + F_{Lx} + F_{Dx}) = -(18,89 + 0 + 9,66) \text{ kN} = -28,55 \text{ kN}$$

$$F_2 = \frac{F_{2x}}{\cos \alpha_1} = \frac{-28,55 \text{ kN}}{\cos 180^\circ} = 28,55 \text{ kN}$$

$$F_{1y} = F_1 \cdot \sin \alpha_1 = 28,55 \text{ kN} \cdot \sin 180^\circ = 0 \text{ kN}$$

Der Wert von F_1 ist negativ, also war die Richtungsannahme falsch und F_1 wirkt auf Druck.

F_2 wirkt wie angenommen auf Zug.

Lösung per Resultierender und Sinussatz:

$$F_{Rx} = +F_{Dx} + F_{Lx} = 9,66 \text{ kN} + 0 \text{ kN} = 9,66 \text{ kN}$$

$$F_{Ry} = +F_{Dy} + F_{Ly} = -2,59 \text{ kN} - 10,0 \text{ kN} = -12,59 \text{ kN}$$

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(9,66 \text{ kN})^2 + (-12,59 \text{ kN})^2} = 15,87 \text{ kN}$$

$$\alpha'_R = \arctan \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \arctan \frac{-12,59 \text{ kN}}{9,66 \text{ kN}} = -52,5^\circ$$

$$\text{gegen die } +x\text{-Achse (nach rechts unten)} \Rightarrow \alpha_R = -52,5^\circ$$

Skizze siehe KP (F_R statt F_D und F_L)

$$\frac{F_R}{\sin \beta_R} = \frac{F_2}{\sin \beta_2} = \frac{F_1}{\sin \beta_1}$$

$$F_2 = F_R \cdot \frac{\sin \beta_2}{\sin \beta_R} = 15,87 \text{ kN} \cdot \frac{\sin 93,81^\circ}{\sin 33,69^\circ} = 22,7 \text{ kN}$$

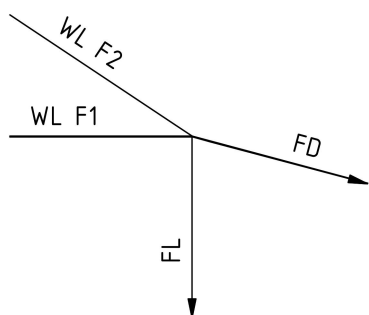
$$F_1 = F_R \cdot \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_R} = 15,87 \text{ kN} \cdot \frac{\sin 52,5^\circ}{\sin 33,69^\circ} = 22,7 \text{ kN}$$

Richtungen ergeben sich aus der KP-Skizze

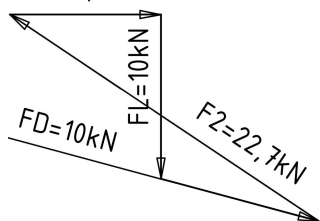


Grafische Lösungen

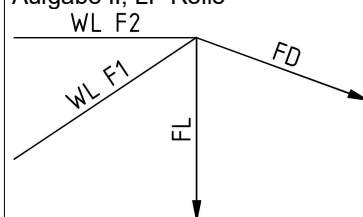
Aufgabe I, LP Rolle



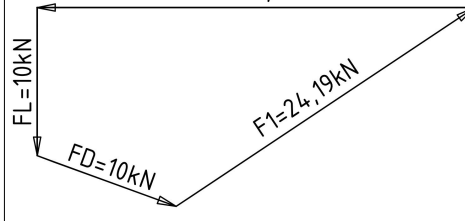
KP $M_K = 10\text{kN} \cdot 20\text{mm}$
 $F_1 = 9,2\text{kN}$



Aufgabe II, LP Rolle



KP $M_K = 10\text{kN} \cdot 20\text{mm}$
 $F_2 = 29,53\text{kN}$

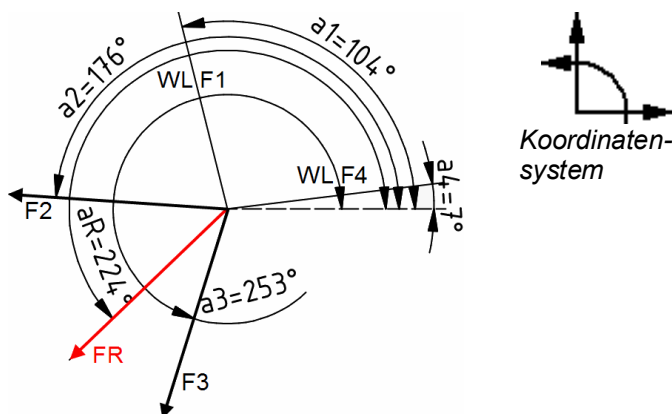




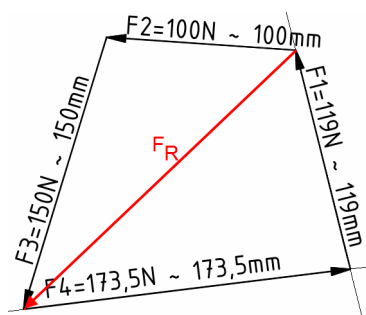
10 Eimerziehen 2

a) Ges: F_1 und F_4

Grafische Lösung
LP Seilknoten¹⁸



KP, $M_K = 100\text{N} \cdot 100\text{mm}$



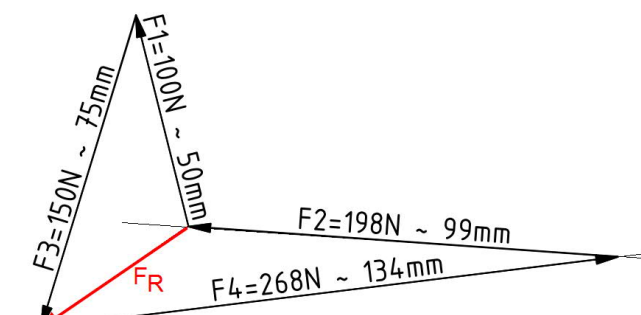
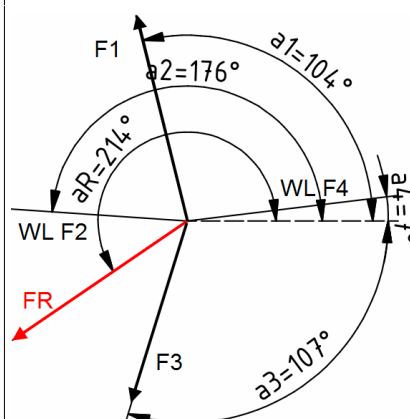
Rechnerische Lösung

$$\begin{aligned} F_{2x} &= F_1 \cdot \cos \alpha_1 = 100\text{N} \cdot \cos 176^\circ = -99,75\text{N} \\ F_{2y} &= F_1 \cdot \sin \alpha_1 = 100\text{N} \cdot \sin 176^\circ = 6,98\text{N} \\ F_{3x} &= F_3 \cdot \cos \alpha_3 = 150\text{N} \cdot \cos 253^\circ = -43,86\text{N} \\ F_{3y} &= F_3 \cdot \sin \alpha_3 = 150\text{N} \cdot \sin 253^\circ = -143,45\text{N} \\ F_{Rx} &= +F_{1x} + F_{3x} = -99,75\text{N} - 43,86\text{N} = -143,61\text{N} \\ F_{Ry} &= +F_{1y} + F_{3y} = +6,98\text{N} - 143,45\text{N} = -136,47\text{N} \\ F_R &= \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(-143,61\text{N})^2 + (-136,47\text{N})^2} = 198,11\text{N} \\ \alpha'_R &= \arctan \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \arctan \frac{-136,47\text{N}}{-143,61\text{N}} = 43,5^\circ \\ F_{Rx} < 0 \rightarrow \alpha_R &= 180^\circ + \alpha'_R = 180^\circ + 43,5^\circ = 223,5^\circ \end{aligned}$$

Im Dreieck F_R , F_1 und F_4 liegen die Winkel β_R , β_1 und β_4 gegenüber den entsprechenden Geraden ($\rightarrow$ KP). Die Winkel β kann man mithilfe der KP-Skizze aus den Winkeln α bzw $\alpha' = \alpha - 180^\circ$ ermitteln.

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \alpha'_R - \alpha_4 = 43,5^\circ - 7^\circ = 36,5^\circ \\ \beta_4 &= \alpha_1 - \alpha'_R = 104^\circ - 43,5^\circ = 60,5^\circ \\ \beta_R &= (180^\circ - \alpha_1) + \alpha_4 = (180^\circ - 104^\circ) + 7^\circ = 83^\circ \\ F_1 &= F_R \cdot \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_R} = 198,11\text{N} \cdot \frac{\sin 36,5^\circ}{\sin 83^\circ} = 119\text{N} \\ F_4 &= F_R \cdot \frac{\sin \beta_4}{\sin \beta_R} = 198,11\text{N} \cdot \frac{\sin 60,5^\circ}{\sin 83^\circ} = 174\text{N} \end{aligned}$$

b) Ges: F_2 und F_4



Kräfte zusammensetzen

$$\begin{aligned} F_{1x} &= F_1 \cdot \cos \alpha_1 = 100\text{N} \cdot \cos 104^\circ = -24,19\text{N} \\ F_{1y} &= F_1 \cdot \sin \alpha_1 = 100\text{N} \cdot \sin 104^\circ = 97,03\text{N} \\ F_{3x} &= F_3 \cdot \cos \alpha_3 = 150\text{N} \cdot \cos 253^\circ = -43,86\text{N} \\ F_{3y} &= F_3 \cdot \sin \alpha_3 = 150\text{N} \cdot \sin 253^\circ = -143,45\text{N} \\ F_{Rx} &= +F_{1x} + F_{3x} = -24,19\text{N} - 43,86\text{N} = -68,05\text{N} \\ F_{Ry} &= +F_{1y} + F_{3y} = +97,03\text{N} - 143,45\text{N} = -46,42\text{N} \\ F_R &= \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(-68,05\text{N})^2 + (-46,42\text{N})^2} = 82,37\text{N} \\ \alpha'_R &= \arctan \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \arctan \frac{-46,42\text{N}}{-68,05\text{N}} = 34,3^\circ \\ F_{Rx} < 0 \rightarrow \alpha_R &= 180^\circ + \alpha'_R = 180^\circ + 34,3^\circ = 214,3^\circ \end{aligned}$$

Kräfte zerlegen

$$\begin{aligned} \beta_2 &= \alpha'_R - \alpha_4 = 34,3^\circ - 7^\circ = 27,3^\circ \\ \beta_4 &= \alpha_2 - \alpha_R = 176^\circ - 34,3^\circ = 141,7^\circ \\ \beta_R &= (180^\circ - \alpha_2) + \alpha_4 = (180^\circ - 176^\circ) + 7^\circ = 11^\circ \\ F_2 &= F_R \cdot \frac{\sin \beta_2}{\sin \beta_R} = 82,37\text{N} \cdot \frac{\sin 27,3^\circ}{\sin 11^\circ} = 198,0\text{N} \\ F_4 &= F_R \cdot \frac{\sin \beta_4}{\sin \beta_R} = 82,37\text{N} \cdot \frac{\sin 141,7^\circ}{\sin 11^\circ} = 267,6\text{N} \end{aligned}$$

¹⁸Die Winkelangaben dienen der rechnerischen Lösung, bei der grafischen Lösung müssen sie nicht ausdrücklich angegeben werden.

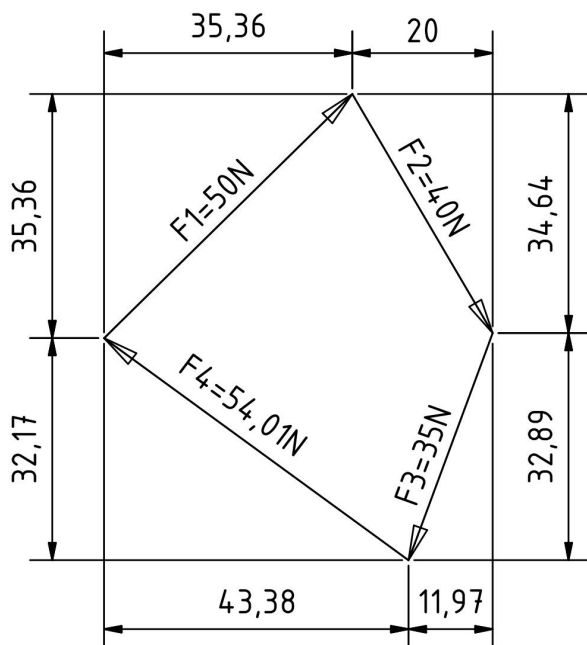


11 Spanndraht: Kräfte zusammensetzen

a) $\alpha_1 = 45^\circ$

Grafische Lösung

LP: fehlt; KP:



Rechnerische Lösung

Aufgabe I

	F [N]	α [°]	F_x [N]	F_y [N]
F_1	50	45	35,36	35,36
F_2	40	-60	20,00	-34,64
F_3	35	250	-11,97	-32,89
F_R	54,0	-36,5	43,38	-32,17

Vorbereitung:

$$F_{1x} = F_1 \cdot \cos \alpha_1 = 50 \text{ N} \cdot \cos 45^\circ = 35,36 \text{ N}$$

$$F_{1y} = F_1 \cdot \sin \alpha_1 = 50 \text{ N} \cdot \sin 45^\circ = 35,36 \text{ N}$$

$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos \alpha_2 = 40 \text{ N} \cdot \cos(-60^\circ) = 20,0 \text{ N}$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \sin \alpha_2 = 40 \text{ N} \cdot \sin(-60^\circ) = -34,64 \text{ N}$$

$$F_{3x} = F_3 \cdot \cos \alpha_3 = 35 \text{ N} \cdot \cos 250^\circ = -11,97 \text{ N}$$

$$F_{3y} = F_3 \cdot \sin \alpha_3 = 35 \text{ N} \cdot \sin 250^\circ = -32,89 \text{ N}$$

$$F_{Rx} = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = (35,36 + 20 - 11,97) \text{ N} = 43,38 \text{ N}$$

$$F_{Ry} = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = (35,36 - 34,64 - 32,89) \text{ N} = -32,17 \text{ N}$$

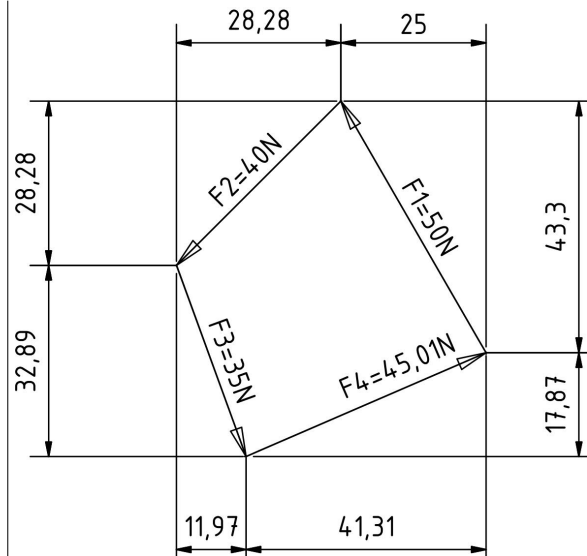
$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(43,38 \text{ N})^2 + (-32,17 \text{ N})^2} = 54,0 \text{ N}$$

$$\alpha'_R = \arctan \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \arctan \frac{-32,17 \text{ N}}{43,38 \text{ N}} = -36,5^\circ$$

$$F_{Rx} > 0 \rightarrow \alpha_R = \alpha'_R = -36,5^\circ$$

F_4 wirkt entgegengesetzt $F_R \rightarrow \alpha_4 = 143,4^\circ$

b) $\alpha_1 = 120^\circ$



Aufgabe II

	F [N]	α [°]	F_x [N]	F_y [N]
F_1	50	120	-25,00	43,30
F_2	40	225	-28,28	-28,28
F_3	35	-70	11,97	-32,89
F_R	45,0	203,4	-41,31	-17,87

Vorbereitung:

$$F_{1x} = F_1 \cdot \cos \alpha_1 = 50 \text{ N} \cdot \cos 120^\circ = -25,00 \text{ N}$$

$$F_{1y} = F_1 \cdot \sin \alpha_1 = 50 \text{ N} \cdot \sin 120^\circ = 43,30 \text{ N}$$

$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos \alpha_2 = 40 \text{ N} \cdot \cos 225^\circ = -28,28 \text{ N}$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \sin \alpha_2 = 40 \text{ N} \cdot \sin 225^\circ = -28,28 \text{ N}$$

$$F_{3x} = F_3 \cdot \cos \alpha_3 = 35 \text{ N} \cdot \cos(-70^\circ) = 11,97 \text{ N}$$

$$F_{3y} = F_3 \cdot \sin \alpha_3 = 35 \text{ N} \cdot \sin(-70^\circ) = -32,89 \text{ N}$$

$$F_{Rx} = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = (-25 - 28,28 + 11,97) \text{ N} = -41,31 \text{ N}$$

$$F_{Ry} = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = (43,30 - 28,28 - 32,89) \text{ N} = -17,87 \text{ N}$$

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(-41,31 \text{ N})^2 + (-17,87 \text{ N})^2} = 45,0 \text{ N}$$

$$\alpha'_R = \arctan \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \arctan \frac{-17,87 \text{ N}}{-41,31 \text{ N}} = 23,4^\circ$$

$$F_{Rx} < 0 \rightarrow \alpha_R = 180^\circ + \alpha'_R = 180^\circ + 23,4^\circ = 203,4^\circ$$

F_4 wirkt entgegengesetzt $F_R \rightarrow \alpha_4 = 23,4^\circ$

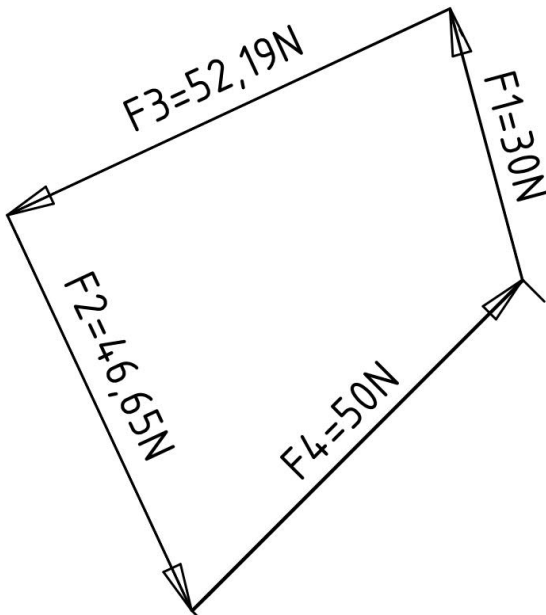


12 Mast mit 4 Drähten: Kräfte zerlegen

a) Ges: F_2 und F_3

Grafische Lösung

LP Mast fehlt; KP, $M_K = 50\text{ N} \rightleftharpoons 50\text{ mm}$



Ergebnisse

	$F [\text{N}]$	$\alpha [^\circ]$	$F_x [\text{N}]$	$F_y [\text{N}]$
F_1	30	105	-7,76	28,98
F_4	50	45	35,36	25,36
F_R	70	66,8	27,59	64,33
F_2	46,65	-65	19,71	-42,27
F_3	52,19	-155	-47,3	-22,06
Kontrolle	$\Sigma =$		0	0

Rechnerische Lösung: Kräfte zerlegen

$$\beta_1 = \alpha_R - (180^\circ - |\alpha_3|) = 66,8^\circ - (180^\circ - 155^\circ) = 41,8^\circ$$

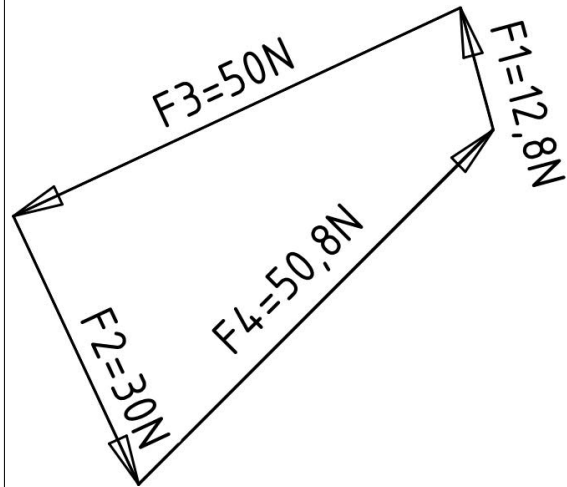
$$\beta_3 = 180^\circ - |\alpha_1| - \alpha_R = 180^\circ - 65^\circ - 66,8^\circ = 48,2^\circ$$

$$\beta_R = |\alpha_3| - |\alpha_2| = 155^\circ - 65^\circ = 90^\circ$$

$$F_1 = F_R \cdot \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_R} = 70 \text{ N} \cdot \frac{\sin 41,8^\circ}{\sin 90^\circ} = 46,65 \text{ N}$$

$$F_4 = F_R \cdot \frac{\sin \beta_4}{\sin \beta_R} = 70 \text{ N} \cdot \frac{\sin 48,2^\circ}{\sin 90^\circ} = 52,18 \text{ N}$$

b) Ges: F_1 und F_4



	$F [\text{N}]$	$\alpha [^\circ]$	$F_x [\text{N}]$	$F_y [\text{N}]$
F_2	30	-65	12,68	-27,19
F_3	50	-155	-42,32	-21,13
F_R	58,31	236	-32,64	-48,32
F_1	12,81	105	-3,31	12,37
F_4	50,84	45	35,95	35,95
Kontrolle	$\Sigma =$		0	0

Im Dreieck F_R , F_1 und F_4 liegen die Winkel β_R , β_1 und β_4 gegenüber den entsprechenden Geraden ($\rightarrow$ KP). Die Winkel β kann man mit Hilfe der KP-Skizze aus den Winkeln α bzw $\alpha' = \alpha - 180^\circ$ ermitteln.

$$\beta_1 = \alpha'_R - \alpha_4 = (236^\circ - 180^\circ) - 45^\circ = 11^\circ$$

$$\beta_4 = \alpha_1 - \alpha'_R = 105^\circ - (236^\circ - 180^\circ) = 49^\circ$$

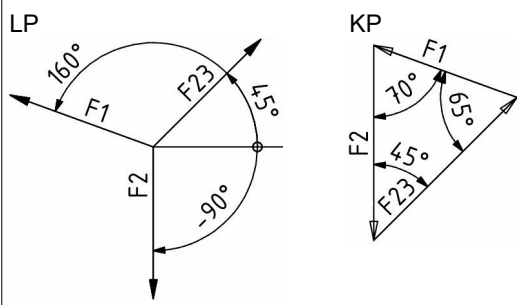
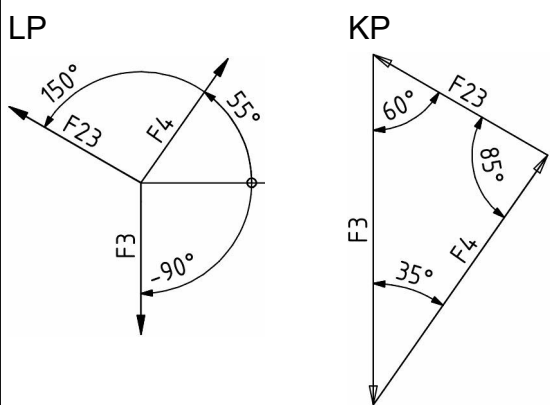
$$\beta_R = (180^\circ - \alpha_1) + \alpha_4 = (180^\circ - 105^\circ) + 45^\circ = 120^\circ$$

$$F_1 = F_R \cdot \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_R} = 58,31 \text{ N} \cdot \frac{\sin 11^\circ}{\sin 120^\circ} = 12,8 \text{ N}$$

$$F_4 = F_R \cdot \frac{\sin \beta_4}{\sin \beta_R} = 58,31 \text{ N} \cdot \frac{\sin 49^\circ}{\sin 120^\circ} = 50,8 \text{ N}$$



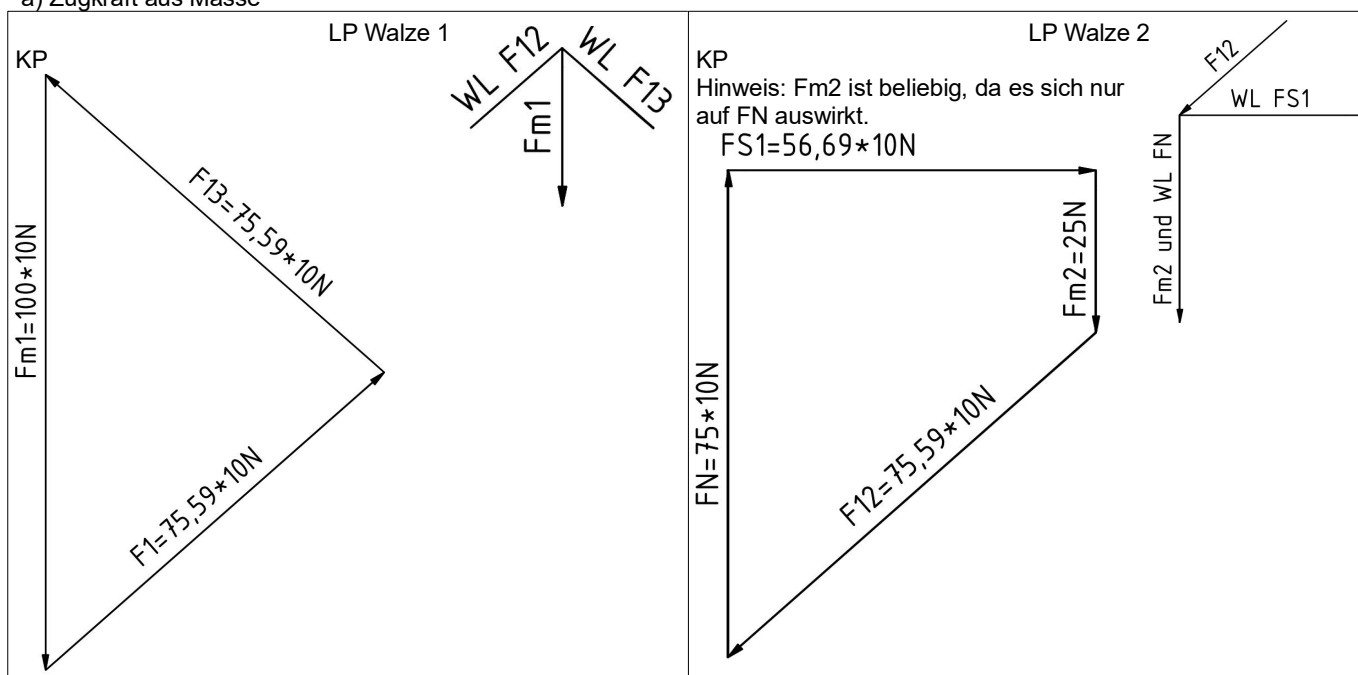
13 Seilsystem

Linker Knoten	Rechter Knoten
LP  KP	LP  KP
a) $m_1 = 1 \text{ kg} \rightarrow F_1 = 10 \text{ N}$ 1. Schritt $\frac{F_{23}}{\sin \beta_{23}} = \frac{F_1}{\sin \beta_1} = \frac{F_2}{\sin \beta_2}$ $F_2 = F_1 \cdot \frac{\sin \beta_2}{\sin \beta_1} = 10 \text{ N} \cdot \frac{\sin 65^\circ}{\sin 45^\circ} = 12,8 \text{ N}$ $F_{23} = F_1 \cdot \frac{\sin \beta_{23}}{\sin \beta_1} = 10 \text{ N} \cdot \frac{\sin 70^\circ}{\sin 45^\circ} = 13,3 \text{ N}$	2. Schritt $\frac{F_{23}}{\sin \beta_{23}} = \frac{F_3}{\sin \beta_3} = \frac{F_4}{\sin \beta_4}$ $F_3 = F_{23} \cdot \frac{\sin \beta_3}{\sin \beta_{23}} = 13,3 \text{ N} \cdot \frac{\sin 85^\circ}{\sin 35^\circ} = 23,1 \text{ N}$ $F_4 = F_{23} \cdot \frac{\sin \beta_4}{\sin \beta_{23}} = 13,3 \text{ N} \cdot \frac{\sin 60^\circ}{\sin 35^\circ} = 20,1 \text{ N}$
b) $m_4 = 1 \text{ kg} \rightarrow F_4 = 10 \text{ N}$ 2. Schritt $\frac{F_{23}}{\sin \beta_{23}} = \frac{F_2}{\sin \beta_2} = \frac{F_1}{\sin \beta_1}$ $F_2 = F_{23} \cdot \frac{\sin \beta_2}{\sin \beta_{23}} = 6,62 \text{ N} \cdot \frac{\sin 65^\circ}{\sin 70^\circ} = 6,4 \text{ N}$ $F_1 = F_{23} \cdot \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_{23}} = 6,62 \text{ N} \cdot \frac{\sin 45^\circ}{\sin 70^\circ} = 5,0 \text{ N}$	1. Schritt $\frac{F_{23}}{\sin \beta_{23}} = \frac{F_3}{\sin \beta_3} = \frac{F_4}{\sin \beta_4}$ $F_3 = F_4 \cdot \frac{\sin \beta_3}{\sin \beta_4} = 10 \text{ N} \cdot \frac{\sin 85^\circ}{\sin 60^\circ} = 11,5 \text{ N}$ $F_{23} = F_4 \cdot \frac{\sin \beta_{23}}{\sin \beta_4} = 10 \text{ N} \cdot \frac{\sin 35^\circ}{\sin 60^\circ} = 6,6 \text{ N}$

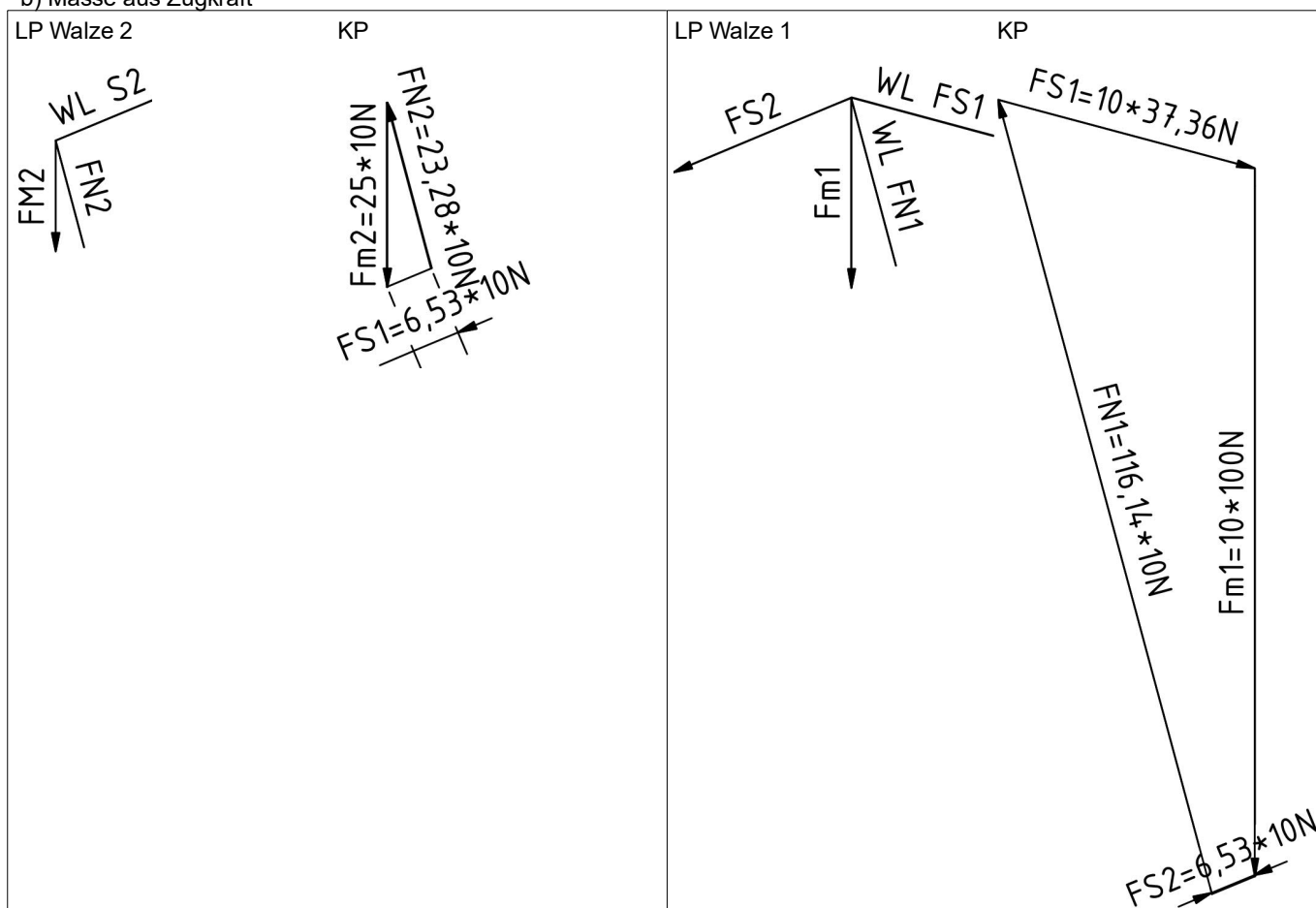


14 Walzen 2

a) Zugkraft aus Masse

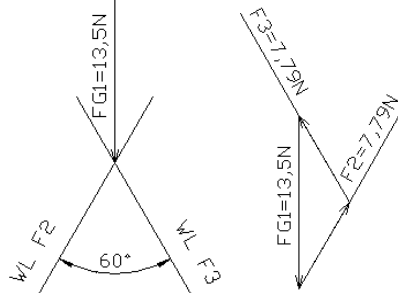
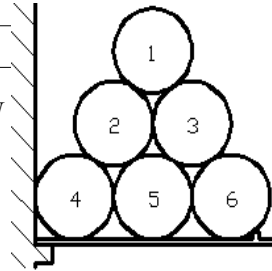
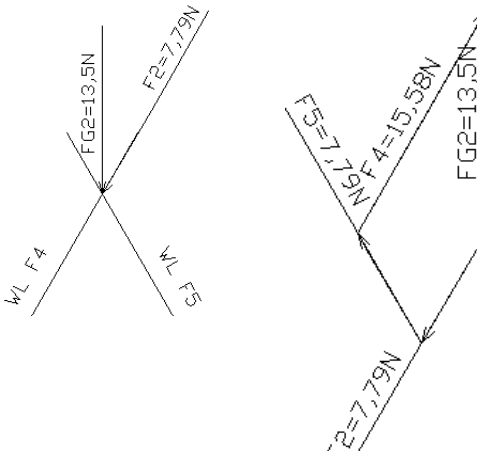


b) Masse aus Zugkraft





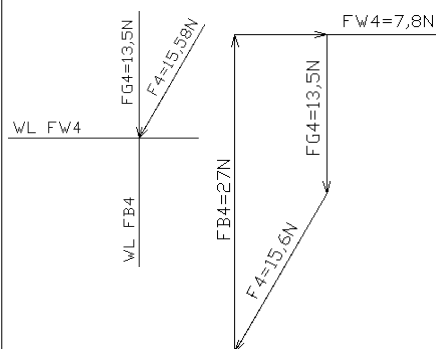
15 Kühlschränke

Grafische Lösung	rechnerische Lösung ¹⁹
a) Obere Flasche LP Flasche 1 KG Mk = ... 	 $F_2 = F_3 = \frac{F_{G1}}{2 \cdot \cos 30^\circ} = \frac{13,5 \text{ N}}{2 \cdot \cos 30^\circ} = 7,79 \text{ N}$
b) Mittlere Reihe LP Flasche 2 KG Mk = ... 	Ermittlung der resultierenden Kraft F_R aus den bekannten Kräften F_{G2} und F_2 $F_{G2x} = F_{G2} \cdot \cos \alpha_{G2} = 13,5 \text{ N} \cdot \cos(-90^\circ) = 0 \text{ N}$ $F_{G2y} = F_{G2} \cdot \sin \alpha_{G2} = 13,5 \text{ N} \cdot \sin(-90^\circ) = -13,5 \text{ N}$ $F_{2x} = F_2 \cdot \cos \alpha_2 = 7,79 \text{ N} \cdot \cos(-120^\circ) = -3,90 \text{ N}$ $F_{2y} = F_2 \cdot \sin \alpha_2 = 7,79 \text{ N} \cdot \sin(-120^\circ) = -6,75 \text{ N}$ $F_{Rx} = F_{G2x} + F_{2x} = 0 \text{ N} - 3,90 \text{ N} = -3,90 \text{ N}$ $F_{Ry} = F_{G2y} + F_{2y} = -13,5 \text{ N} - 6,75 \text{ N} = -20,25 \text{ N}$ $F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(-3,90 \text{ N})^2 + (-20,25 \text{ N})^2} = 20,62 \text{ N}$ $\alpha_{F_R} = \arctan \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \arctan \frac{-20,25 \text{ N}}{-3,90 \text{ N}} = 79,1^\circ$ gegen die -x-Achse (nach links unten) $\alpha_{F_R} = 259,1^\circ \text{ gegen die +x-Achse}$
Zerlegung der resultierenden Kraft F_R in die unbekannten Kräfte F_4 und F_5 mit bekannter Wirklinie. Es wird mit Hilfe des Kräftegleichgewichtes ein Gleichungssystem aufgestellt und gelöst. Möglich wäre auch die Verwendung des Sinussatzes. Die Richtung der Kraft F_2 auf die Flasche 2 ist in dieser Teilaufgabe entgegengesetzt zur vorigen Teilaufgabe, da dort die Richtung der Kraft auf die Flasche 1 betrachtet wurde.	$\Sigma F_x = 0 = F_{Rx} + F_4 \cdot \cos 60^\circ + F_5 \cdot \cos 120^\circ \rightarrow$ $-F_4 = \frac{F_{Rx} + F_5 \cdot \cos 120^\circ}{\cos 60^\circ} = \frac{F_{Rx}}{\cos 60^\circ} - F_5$ $\Sigma F_y = 0 = F_{Ry} + F_4 \cdot \sin 60^\circ + F_5 \cdot \sin 120^\circ \rightarrow$ $-F_4 = \frac{F_{Ry} + F_5 \cdot \sin 120^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{F_{Ry}}{\sin 60^\circ} + F_5$ $\frac{F_{Rx}}{\cos 60^\circ} - F_5 = -F_4 = \frac{F_{Ry}}{\sin 60^\circ} + F_5 \rightarrow$ $2 \cdot F_5 = \frac{F_{Rx}}{\cos 60^\circ} - \frac{F_{Ry}}{\sin 60^\circ}$ $F_5 = \frac{-3,90 \text{ N}}{2 \cdot \cos 60^\circ} - \frac{-20,25 \text{ N}}{2 \cdot \sin 60^\circ} = 7,79 \text{ N}$ $F_4 = \frac{-F_{Rx}}{\cos 60^\circ} + F_5 = \frac{-(-3,90 \text{ N})}{\cos 60^\circ} + 7,79 \text{ N} = 15,58 \text{ N}$

¹⁹alle Winkel von der x-Achse gemessen



c) Kühlschrankwand
LP Flasche 4 KP, $M_k = \dots$



Rechnerische Ermittlung an Hand des Kräfteplanes

$$F_{B4} = |F_{G4}| + |F_{4y}| = 13,50 \text{ N} + 15,59 \text{ N} \cdot \sin 60^\circ = 27,0 \text{ N}$$

$$F_{W4} = |F_{4x}| = 15,59 \text{ N} \cdot \cos 60^\circ = 7,80 \text{ N}$$

d) Steghöhe:

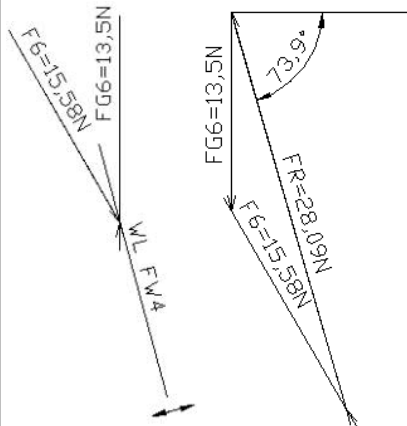
Vorüberlegungen: Aus Symmetriegründen ist die Kraft F_8 zwischen den Flaschen 3 und 6 genauso groß wie Kraft F_4 zwischen den Flaschen 2 und 4 (siehe oben).

Die (reibungsfreie) Kraft F_s des Steges wirkt wie bei allen Berührflächen senkrecht zur Berührfläche. Bei runden Körpern bedeutet dies gleichzeitig, dass die Kraft radial wirkt, dh. die Wirklinie der Kraft geht durch den Mittelpunkt des runden Körpers. Die Richtung von F_s wird also durch die Höhe des Steges festgelegt und ist zunächst unbekannt.

Zur Bestimmung der Steghöhe h muss man eine geeignete Randbedingung finden. Dazu kann man sich den Flaschenstapel vorstellen und den Steg gedanklich verkleinern. Man wird darauf kommen, dass sich die Flasche 6 zunächst anheben muss, bevor sie über den Steg wegrollen kann. Ab diesem Moment wirkt keine Kraft mehr zwischen der Flasche 6 und dem Zwischenboden, und dies ist die Randbedingung, die man zur Lösung der Aufgabe benötigt.

Mit dieser Randbedingung ermittelt man die steilste mögliche Richtung der Stegkraft, mit der die Flasche gerade noch ohne Hilfe des Zwischenbodens gehalten wird. Aus dem Winkel berechnet man über einfache geometrische Bedingungen die Höhe h des Steges.

LP Flasche 6 KP, $M_k = \dots$



(ohne Kraft zum Boden)

Rechnerische Ermittlung an Hand des Kräfteplanes (alle Winkel von der x-Achse gemessen)

Ermittlung der resultierenden Kraft F_R aus den bekannten Kräften F_{G6} und F_6

$$F_{6x} = F_6 \cdot \cos \alpha_6 = 15,58 \text{ N} \cdot \cos(-60^\circ) = 7,79 \text{ N}$$

$$F_{6y} = F_6 \cdot \sin \alpha_6 = 15,58 \text{ N} \cdot \sin(-60^\circ) = -13,5 \text{ N}$$

$$F_{Rx} = +F_{G2x} + F_{2x} = 0 \text{ N} + 7,79 \text{ N} = 7,79 \text{ N}$$

$$F_{Ry} = +F_{G2y} + F_{2y} = -13,5 \text{ N} - 13,5 \text{ N} = -27,0 \text{ N}$$

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(7,79 \text{ N})^2 + (-27,0 \text{ N})^2} = 28,1 \text{ N}$$

$$\alpha_{F_R} = \arctan \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \arctan \frac{-27,0 \text{ N}}{7,79 \text{ N}} = -73,9^\circ \text{ gegen die } +x\text{-Achse}$$

Ermittlung der Steghöhe h

$$h = R - R \cdot \sin \alpha_{\text{Grenzwert}} = R \cdot (1 - \sin \alpha_{\text{Grenzwert}})$$

$$= \frac{78,5 \text{ mm}}{2} \cdot (1 - \sin 73,9^\circ) = 1,5 \text{ mm}$$