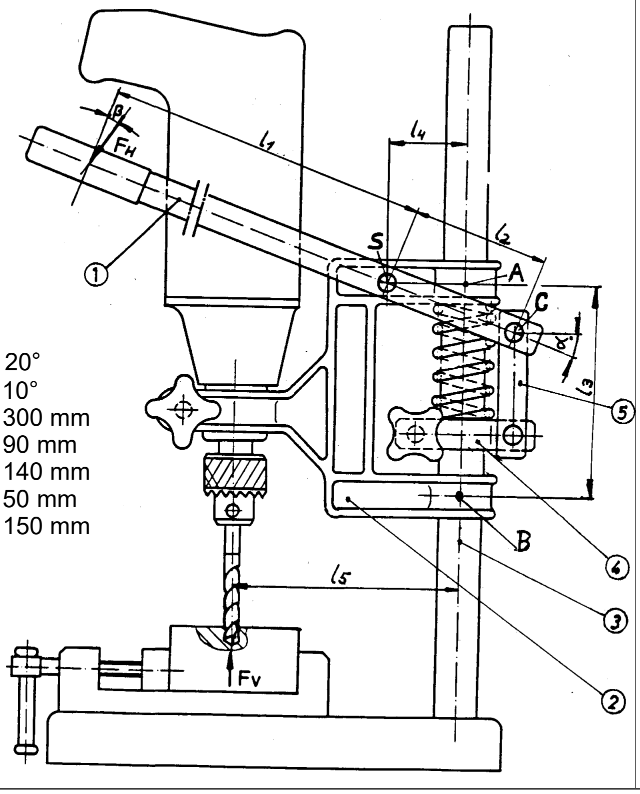
Freimachen, zeichnerisch lösen, berechnen

1 tgme HP 94/95-1 Bohrmaschinenständer

1.1 Geg: F_H = 100N; Ges: F_S, F_C

1.2 Geg: F_F = 80N; F_S = 450N mit γ=85° zur Waagerechten nach links unten; Ges: F_A; F_B; F_V

α = 20°
β = 10°
l_1 = 300 mm
l_2 = 90 mm
l_3 = 140 mm
l_4 = 50 mm
l_5 = 150 mm



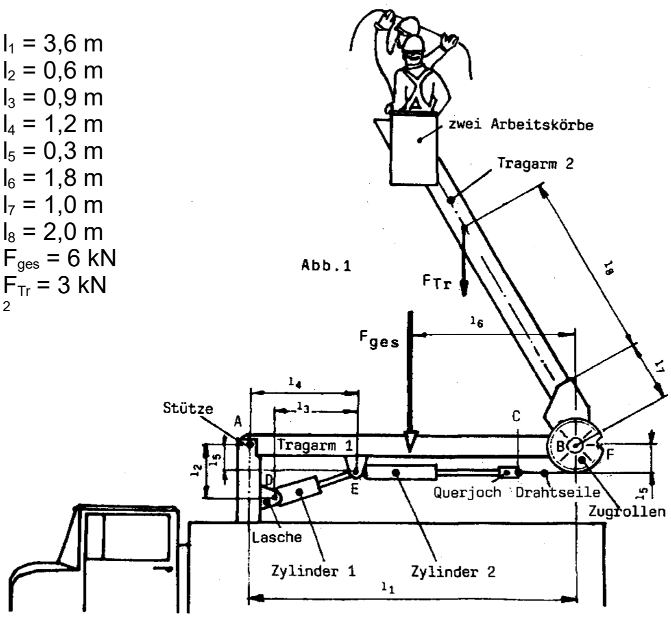
1

2 tgme HP 93/94-2 Zweigelenkarm

2.1 Geg: F_{Ges}; Ges: F_A, F_E

Der Zweigelenkarm (Tragarm 1, Tragarm 2, Arbeitskörbe) hat die Gesamtgewichtskraft F_{ges}. Tragarm 2 mit den beiden Körben hat die Gewichtskraft F_{Tr}.

l_1 = 3,6 m
l_2 = 0,6 m
l_3 = 0,9 m
l_4 = 1,2 m
l_5 = 0,3 m
l_6 = 1,8 m
l_7 = 1,0 m
l_8 = 2,0 m
F_{ges} = 6 kN
F_{Tr} = 3 kN



2

3 tgme HP 95/96-1 Garagentransporter

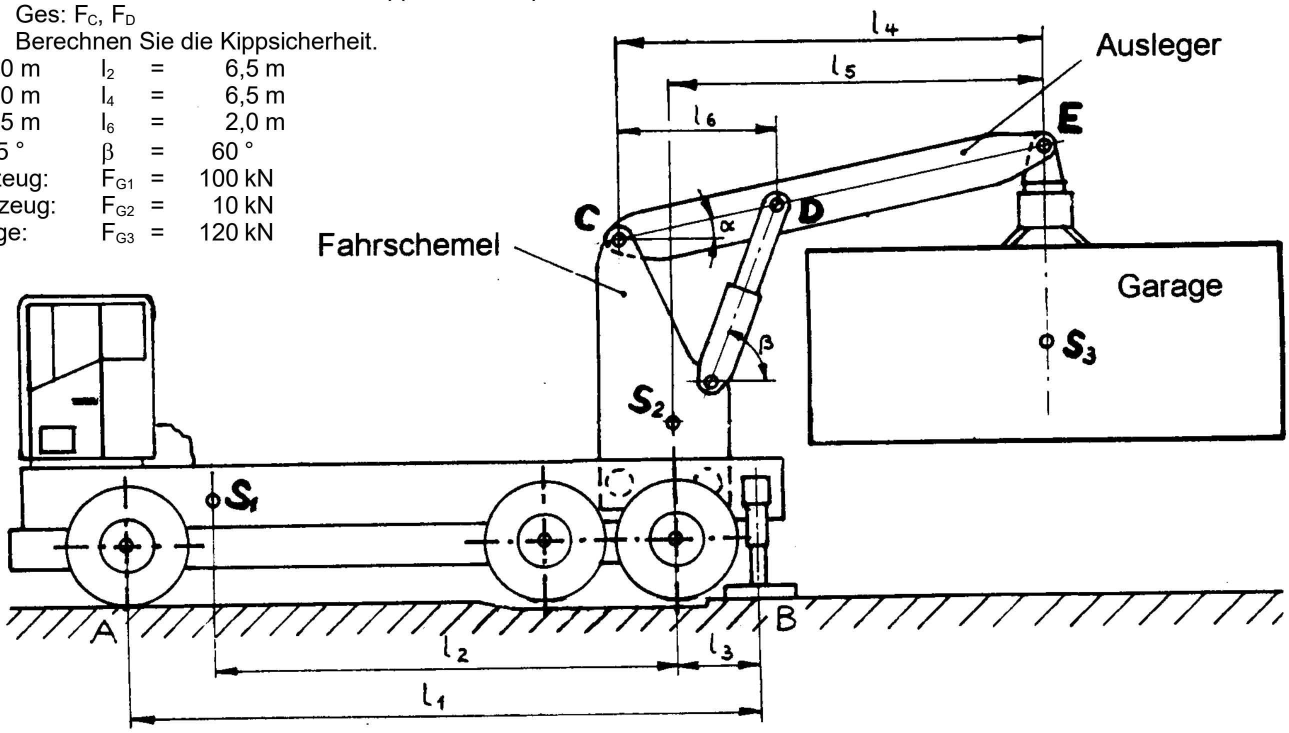
3.1 Ges: F_A, F_B

3.2 Ges: Ab welchem Gewicht F_{G3max} kippt der Transporter

3.3 Ges: F_C, F_D

3.4 Berechnen Sie die Kippsicherheit.

l_1 = 9,0 m	l_2	=	6,5 m
l_3 = 1,0 m	l_4	=	6,5 m
l_5 = 5,5 m	l_6	=	2,0 m
α = 15 °	β	=	60 °
Fahrzeug:	F_{G1}	=	100 kN
Hebezeug:	F_{G2}	=	10 kN
Garage:	F_{G3}	=	120 kN



3

Quelle: Abi-Prüfungen des Landes Baden-Württemberg

1 a) F_C = 349,3 N; F_S = 438,8 N / 83,5° b) F_A = 195,3 N; F_B = 234,5 N; F_V = 368,3 N
2 F_A = 15,5 kN / 176,8°; F_E = 16,26 kN
3 a) F_A = 24,4 kN; F_B = 205,6 kN b) F_{G3max} = 168,9 kN c) F_C = 433,0 kN / 232 °; F_D = 532,7 kN
d) γ = 1,4 (Diese Frage kam in einer anderen Abi-Prüfung des Zuges *Technik und Management* vor.)

4 tgme HP 90/91-1 Hebetisch

4.1 Ges: F_A, F_B

4.2 Geg: $F_A = F_B = 10$ kN je Seite; Ges: F_D, F_E

l = 5 m

l_1 = 0,5 m

l_2 = 2 m

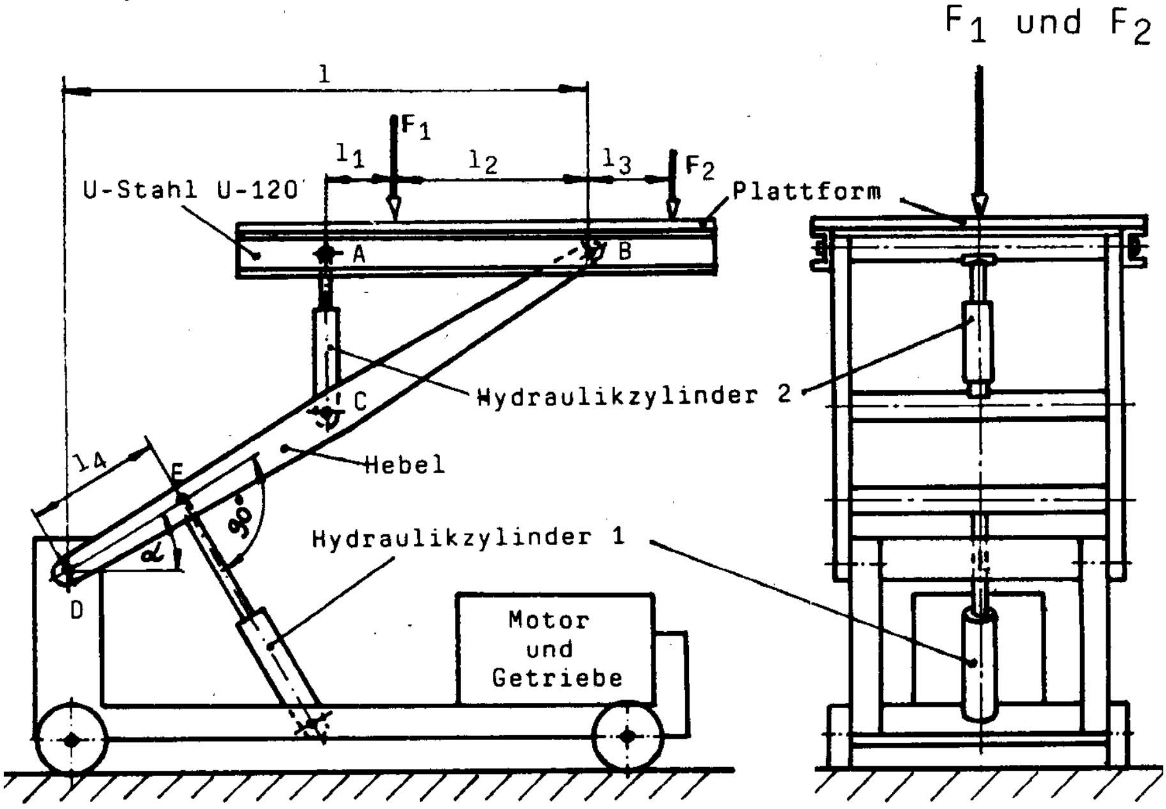
l_3 = 1 m

l_4 = 1,25 m

F_1 = 30 kN

F_2 = 10 kN

α = 30 ° [4]



5 tgme HP 91/92-1 Parklift

5.1 Ges: F_A, F_B; (Hinterradbremse !)[5]

5.2 Ges: F_C, F_D

l_1 = 1600 mm

l_2 = 850 mm

l_3 = 400 mm

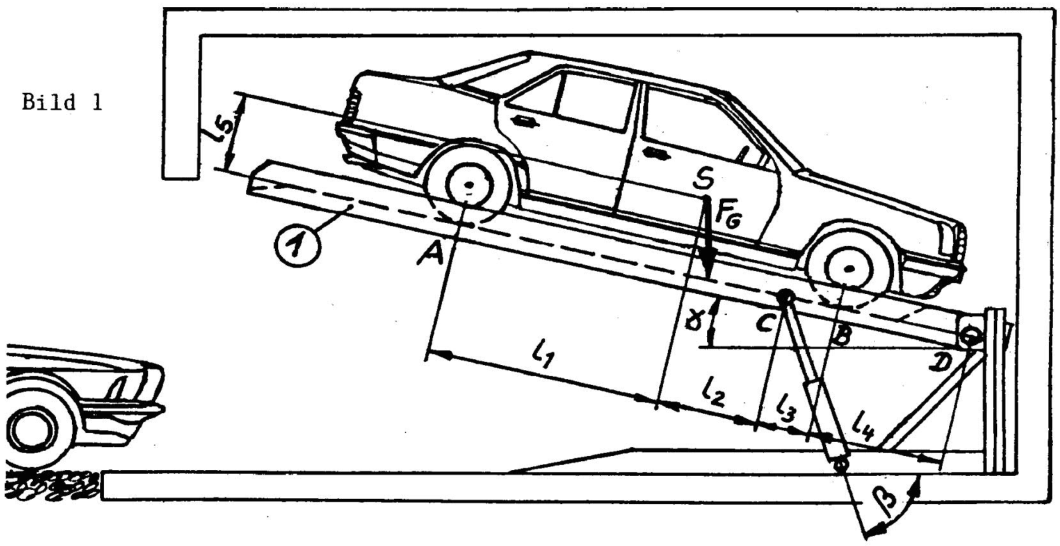
l_4 = 1200 mm

l_5 = 600 mm

α = 17 °

β = 74 °

m_G = 1300 kg



Lösen von Statik-Aufgaben: https://ulrich-rapp.de/stoff/statik/Statik_TX.pdf

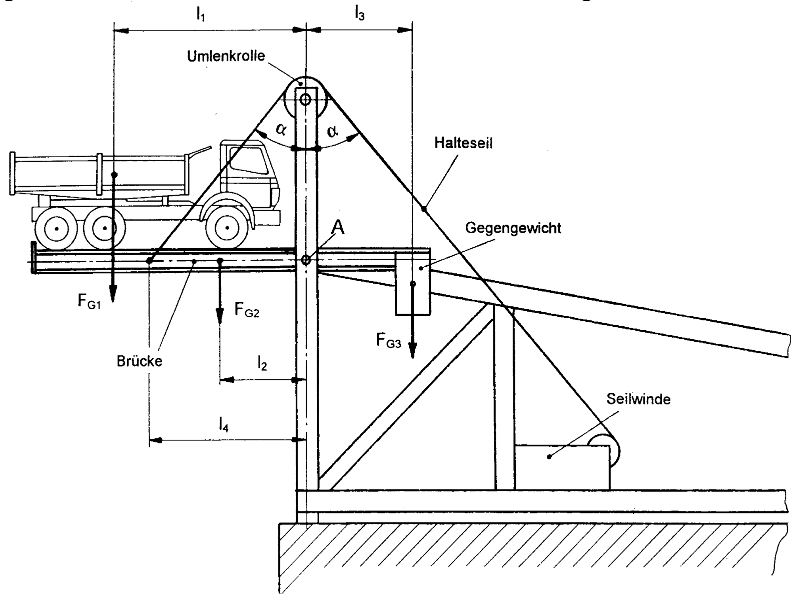
Abi-Prüfungen mit zahlreichen Statikaufgaben: https://ulrich-rapp.de/klassen/tg/abi/index.htm

[4] 4.1: $F_A = F_B = 10$ kN je Seite (Auch die einzelnen Zylinder stützen sich beidseitig ab); 4.2: $F_E = 60$ kN; $F_D = 43{,}8$ kN; $\alpha_D = -46{,}8°$ nach rechts unten gegen die Waagerechte; je Seite

[5] $F_A = 3004$ N; $\alpha_A = 50{,}8°$ zum Liftboden; $F_B = 3890$ N (jeweils pro Rad) $F_C = 10500$ N; $F_D = 4600$ N (jeweils pro Seite)

6 tgme HP 97/98-1 Verladeanlage

Mit Hilfe der skizzierten Verladeanlage wird Schüttgut vom Lkw auf Schiffe verladen. Beim An- und Ablegen der Schiffe muss wegen der Aufbauten und Masten die Brücke der Verladeanlage durch eine Seilwinde aus der Waagrechten um den Punkt A geschwenkt werden. Die Brücke besteht aus zwei Trägern.[6]



Alle Kräfte sind auf eine Seite bezogen.

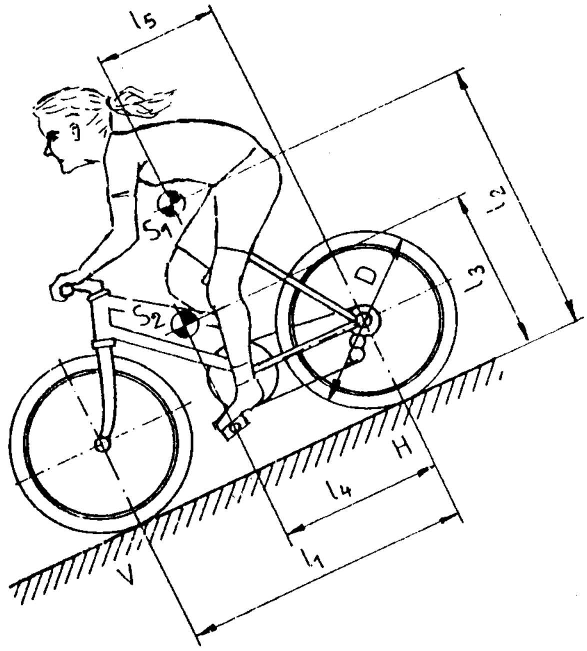
Gewichtskraft des Lkw: F_{G1} = 75 kN
Gewichtskraft der Brücke: F_{G2} = 20 kN

Gegengewichtskraft: F_{G3} = 40 kN
l_1 = 5,5 m
l_2 = 2,5 m
l_3 = 3,0 m
l_4 = 4,5 m
α = 40 °

6.1 Ermitteln Sie die Kraft F_S im Halteseil und die Lagerkraft F_A im Punkt A.

7 tgme HP92/93-1 Mountainbike

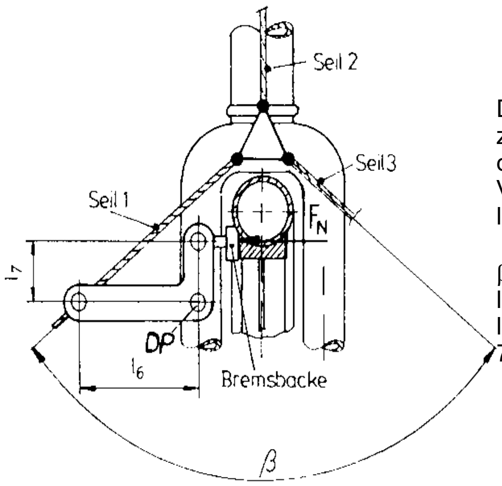
Eine Radfahrerin fährt mit angezogener Vorderradbremse eine Gefällstrecke hinunter. Ihre Gewichtskraft F_{G1} greift im Schwerpunkt S_1, die Gewichtskraft des Fahrrades F_{G2} im Schwerpunkt S_2 an.[7]



l_1 = 1044 mm	l_2 = 1000 mm
l_3 = 640 mm	l_4 = 575 mm
l_5 = 426 mm	D = 680 mm
F_{G1} = 560 N	F_{G2} = 140 N
Gefälle = 28 %	

Kettenblätter (vorne) mit 48 / 38 / 28 Zähnen
Ritzel (hinten) mit 15 / 18 / 21 / 24 / 28 / 32 Zähnen

7.1 Berechnen Sie die Bremskraft F_{Br} zwischen Vorderreifen und Straße und die Aufstandskräfte F_V und F_H.



Die Zeichnung (links) zeigt einen Schnitt durch die Vorderradgabel. Zur Vereinfachung ist nur die linke Bremsbacke gezeichnet.

β = 100 °
l_6 = 100 mm
l_7 = 40 mm

7.2 Bestimmen Sie die Kräfte in den Seilen 1 und 2, wenn auf einen Bremsbacken eine Normalkraft F_N = 300 N wirkt.

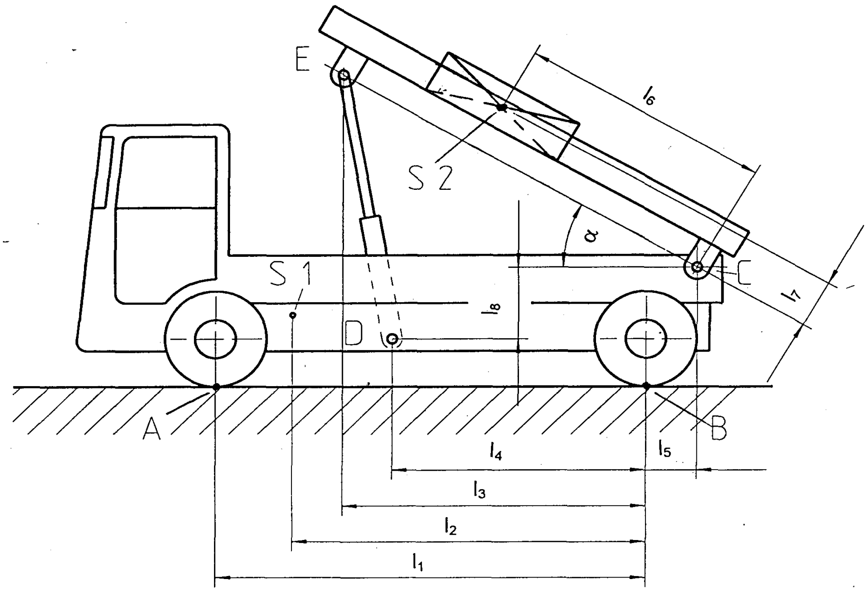
[6] F_S = 100 kN, F_A = 87 kN mit α = 137° zur x-Achse
[7] 1) F_{Br} = 189 N; F_V = 462 N; F_H = 212 N 2) F_{S1} = 187 N; F_{S2} = 240 N

8 tgme HP 98/99-1 Lastkraftwagen

Ein Hubzylinder mittig angeordnet;
Lagerstellen C beidseitig.

Abmessungen:
l_1 = 8,5 m
l_2 = 7,0 m
l_3 = 6,0 m
l_4 = 5,0 m
l_5 = 1,0 m
l_6 = 5,0 m
l_7 = 1,0 m
l_8 = 1,5 m

Gewichtskraft des LKW: F_1 = 120 kN
Masse des Stahlblocks: m = 7000 kg
Die Gewichtskraft F_1 des LKW greift im Schwerpunkt S_1 und die Gewichtskraft des Stahlblocks F_2 im Schwerpunkt S_2 an.



8.1 Der Stahlblock soll durch Abrutschen abgeladen werden. Berechnen Sie den Kippwinkel α, bei dem der Stahlblock gerade noch haften bleibt. Die Ladefläche besteht aus trockenen Holzdielen. (μ_G = 0,4, μ_H = 0,6)
8.2 Bestimmen Sie die Kolbenkraft F_K im Hubzylinder und die Lagerkräfte in C (α = 30°).
8.3 Berechnen Sie die Achskräfte in A und B bei einem Kippwinkel von α = 30° auf der Ladefläche
8.4 Berechnen Sie den erforderlichen Kolbendurchmesser D bei einer wirksamen Kolbenkraft F_K = 70 kN, einem Hydraulikdruck p_e = 100 bar und einem Wirkungsgrad des Zylinders η = 0,9.

9 tgme HP 98/99-2 Zugmaschine mit Anhänger
Ein Landwirt transportiert in einem Anhänger Schotter zur Befestigung eines Hofweges. Die Zugmaschine mit Anhänger steht beim Abladen auf einer Gefällstrecke. Die Gewichtskraft F_G (Anhänger und Nutzlast) greift im Schwerpunkt S an, die Zugkraft F_Z im Punkt Z.[9]

F_G = 80 kN α = 12° α_Z = 6°
l_G = 1300 mm h_G = 1400mm l_Z = 550 mm
h_Z = 800mm l_B = 2800 mm

9.1 Bestimmen Sie die Achskräfte in A und B sowie die Zugkraft F_Z. (Der Anhänger ist ungebremst.)

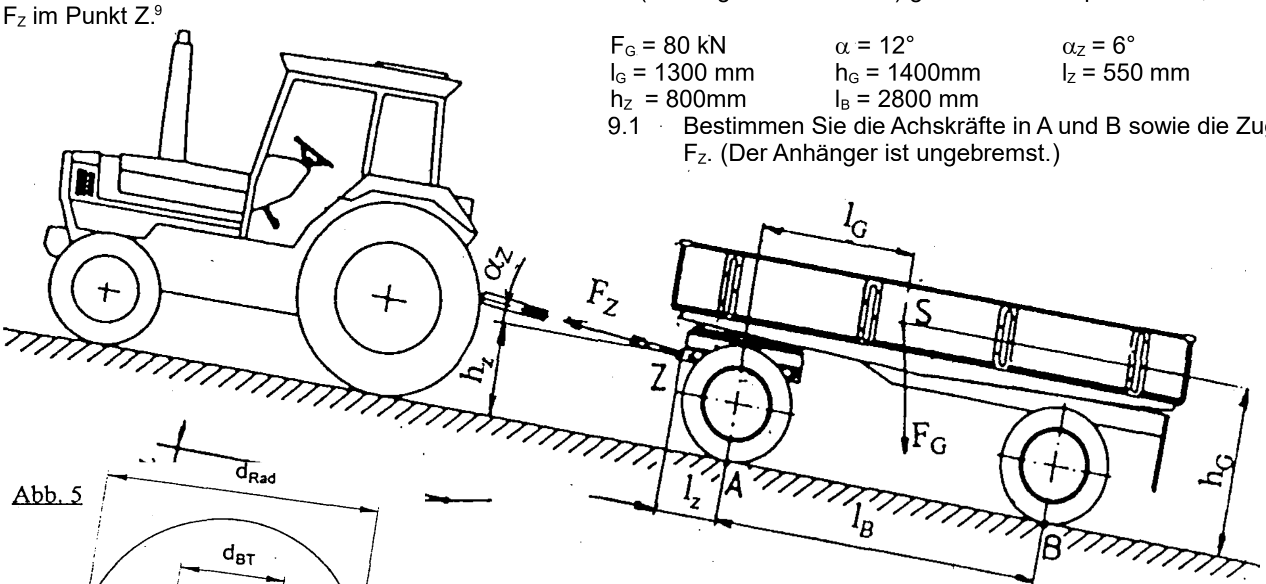
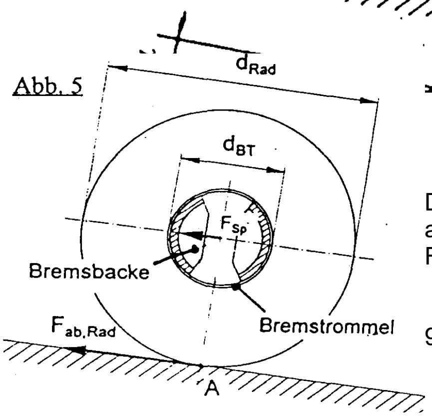


Abb. 5



Der Anhänger wird auf der Gefällstrecke abgestellt und die auf die Räder der Vorderachse wirkende Feststellbremse angezogen. Es wirkt eine Hangabtriebskraft von F_{ab} = 14 kN auf beide Vorderräder. (Abb. 5)
d_{Rad} = 950 mm
d_{BT} = 408 mm
9.2 Berechnen Sie die notwendige Umfangskraft F_{BT} an der Bremstrommel eines Vorderrades.

Lösen von Statik-Aufgaben:
https://ulrich-rapp.de/stoff/statik/Statik_TX.pdf

Abi-Prüfungen mit zahlreichen Statikaufgaben:
https://ulrich-rapp.de/klassen/tg/abi/index.htm

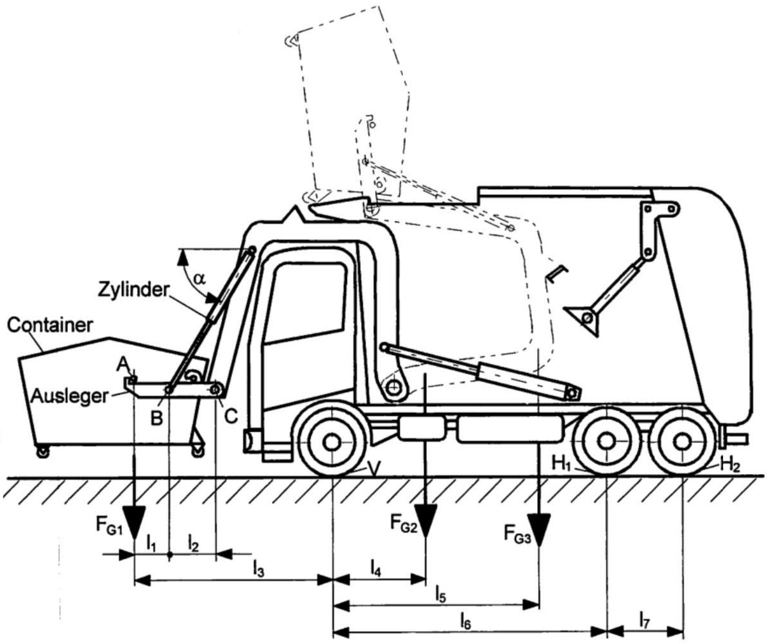
[9] 1) F_A = 36 kN; F_B = 40 kN; F_Z = 17 kN   2) F_{BT} = 16,3 kN

10 tgme HP 2014/15-1 Müllsammelfahrzeug

Das Müllsammelfahrzeug entleert die Container über das Führerhaus.[10]

Gewichtskraft Container:	F_{G1}	=	10 kN
Gewichtskraft Fahrzeug mit Aufbau:	F_{G2}	=	190 kN
Maximale Zuladung:	F_{G3}	=	120 kN

α = 58 °		l_4 = 1600 mm	
l_1 = 500 mm		l_5 = 3400 mm	
l_2 = 800 mm		l_6 = 4800 mm	
l_3 = 3400 mm		l_7 = 1200 mm	



10.1 Berechnen Sie die Aufstandskräfte der Einzelräder F_V, F_{H1} und F_{H2} bei maximaler Zuladung und angehobenem Container.
Hierbei gilt: $F_{H1} = F_{H2}$

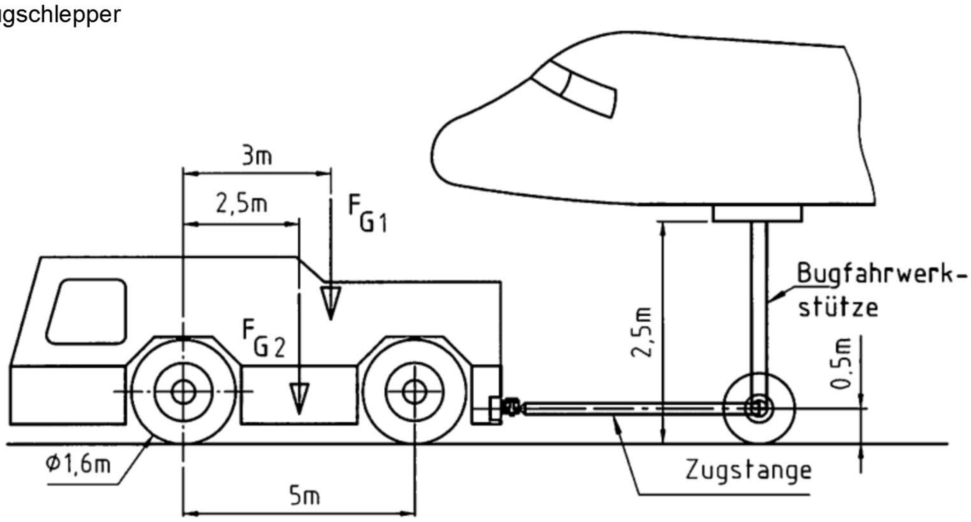
10.2 Beweisen Sie durch Rechnung, dass das leere Fahrzeug den Container ohne zu kippen anheben kann.

10.3 Bestimmen Sie für eine Seite die Kräfte F_B und F_C im Ausleger.

11 tgtm HP 2014/15-1: Flugzeugschlepper

Der hinterradgetriebene Flugzeugschlepper bewegt Flugzeuge auf einem Flughafen. Hierzu wird die Bugfahrwerkstütze des Flugzeugs über eine Zugstange mit dem Flugzeugschlepper verbunden. Um genügend Reibung aufbauen zu können, wurde der Schlepper mit einem Zusatzgewicht F_{G1} ausgestattet.[11]

Gewichtskraft Zusatzgewicht:
F_{G1} = 180 kN
Gewichtskraft Schlepper:
F_{G2} = 320 kN



11.1 Berechnen Sie die Aufstandskräfte an der Vorder- und Hinterachse.

11.2 Weisen Sie nach, dass der Flugzeug-schlepper bei einer maximalen Zugkraft an der Zugstange von F_{zmax} = 200 kN noch nicht abhebt.

11.3 Warum wird das Abheben der Vorderachse nicht dadurch verhindert, dass die Vorderachse angetrieben wird?

10 1) Achskräfte F_{VA} = 194,4 kN; F_{HA} = 62,8 kN 2) F_{HA} = 25 kN > 0 → kippt nicht 3) F_B = 19,16 kN; F_C = 11,9 kN; α_C = 211,6°

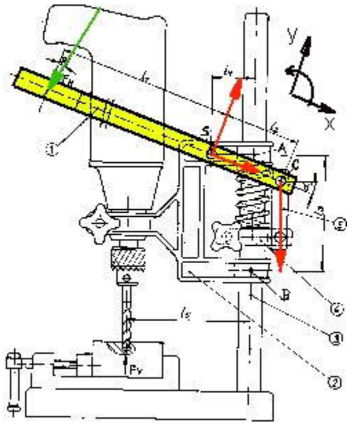
11 1) F_{VA} = 232 kN; F_{HA} = 268 kN 2) F_{VALast} = 212 kN > 0 → hebt nicht ab 3) Vorderräder drehen u.U. durch

Lösungsvorschläge

1 tgme HP 94/95-1 Bohrmaschinenständer

1.1 Freigemachte Baugruppe: Handhebel

- F_H: ist gegeben
- F_C: Die Wirklinie ist durch das angrenzende Bauteil gegeben. Bei der Lasche handelt es sich um einen Zweigelenkarm, der an 2 Punkten drehbar gelagert ist und sich in Kraftrichtung ausrichtet.
- F_S: Die Wirklinie ist nicht bekannt.
- Die Richtungen der unbekannten Kräfte sind nur für die rechnerische Lösung frei gewählt.



Rechnerische Lösung:
Koordinatensystem: x-Achse parallel zum Handhebel

$$\Sigma M_S = 0 = F_H \cdot \cos\beta \cdot l_1 - F_C \cdot l_2 \cdot \cos\alpha \quad \Rightarrow$$

$$F_C = F_H \cdot \frac{l_1 \cdot \cos\beta}{l_2 \cdot \cos\alpha} = 100\,N \cdot \frac{300\,mm \cdot \cos 10°}{90\,mm \cdot \cos 20°} = 349{,}3\,N$$

$$\Sigma F_y = 0 = -F_{Hy} + F_{Sy} - F_{Cy} \quad \Rightarrow$$

$$F_{Sy} = +F_H \cdot \cos\beta + F_C \cdot \cos\alpha = 100\,N \cdot \cos 10° + 349{,}3\,N \cdot \cos 20° = 426{,}7\,N$$

$$\Sigma F_x = 0 = -F_{Hx} + F_{Sx} + F_{Cx} \quad \Rightarrow$$

$$F_{Sx} = F_H \cdot \sin\beta - F_C \cdot sind\,\alpha = 100\,N \cdot \sin 10° - 349{,}3\,N \cdot \sin 20° = -102{,}1\,N$$

$$F_S = \sqrt{F_{Sx}^2 + F_{Sy}^2} = \sqrt{(-102{,}1\,N)^2 + (435{,}9\,N)^2} = 438{,}7\,N$$

$$\gamma_S = \arctan\frac{F_{Sy}}{F_{Sx}} = \arctan\frac{426{,}7\,N}{-102{,}1\,N} = -76{,}5°\ \textit{nach links oben gegen die} - x - \textit{Achse (Handhebel)}$$

$$\textit{Dies entspricht}\ \gamma'_S = 83{,}5° = 180° - 76{,}5° - 20° \quad \textit{nach rechts oben gegen die Waagerechte}$$

Berechnung im „normalen" Koordinatensystem:

$$\Sigma M_S = 0 = F_H \cdot \cos\beta \cdot l_1 - F_C \cdot l_2 \cdot \cos\alpha \quad \Rightarrow \quad F_C = F_H \cdot \frac{l_1 \cdot \cos\beta}{l_2 \cdot \cos\alpha} = 100\,N \cdot \frac{300\,mm \cdot \cos 10°}{90\,mm \cdot \cos 20°} = 349{,}3\,N$$

$$\Sigma F_y = 0 = -F_{Hy} + F_{Sy} - F_C \quad \Rightarrow \quad F_{Sy} = F_C + F_H \cdot \cos(\alpha + \beta) = 349{,}3\,N + 100\,N \cdot \cos(10° + 20°) = 435{,}9\,N$$

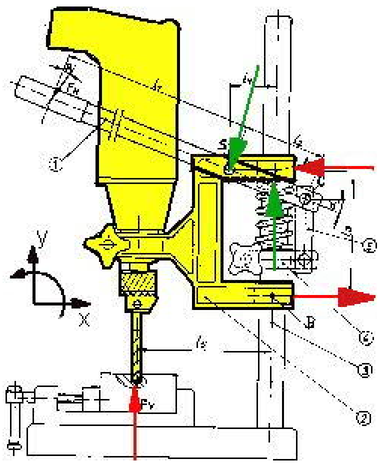
$$\Sigma F_x = 0 = -F_{Hx} + F_{Sx} \quad \Rightarrow \quad F_{Sx} = F_H \cdot \sin(\alpha + \beta) = 100\,N \cdot \sin(10° + 20°) = 50\,N$$

$$F_S = \sqrt{F_{Sx}^2 + F_{Sy}^2} = \sqrt{50^2 + 435{,}9^2}\,N = 438{,}8\,N$$

$$\gamma_S = \arctan\frac{F_{Sy}}{F_{Sx}} = \arctan\frac{435{,}9\,N}{50\,N} = 83{,}5° \quad \textit{nach rechts oben gegen die x-Achse (Waagerechte)}$$

1.2 Freigemachte Baugruppe: Bohrmaschine mit Führung und Bohrer

- F_S und Federkraft F_F : sind gegeben.
- F_V: Die Wirklinie ist gegeben.
- F_A: und F_B: Die Wirklinien sind durch die Führung gegeben. Die Führungsflächen stehen senkrecht, d.h. sie können Kräfte nur in waagerechter Richtung übertragen. In senkrechter Richtung werden keine Kräfte übertragen, sonst könnte sich die Bohrmaschine nicht bewegen.
- Die Richtungen der unbekannten Kräfte sind frei gewählt, dies ist nur für die rechnerische Lösung notwendig.



Rechnerische Lösung:

$$\Sigma M_{AV} = 0 = -F_{Sy} \cdot (l_5 - l_4) + F_F \cdot l_5 + F_B \cdot l_3 \quad \Rightarrow$$

$$F_B = \frac{F_S \cdot \sin\gamma_S \cdot (l_5 - l_4) - F_F \cdot l_5}{l_3}$$

$$= \frac{450\,N \cdot \sin 85° \cdot (150 - 50)\,mm - 80\,N \cdot 150\,mm}{140\,mm} = \underline{234{,}5\,N = F_B}$$

$$\Sigma F_y = 0 = F_V - F_{Sy} + F_F \quad \Rightarrow$$

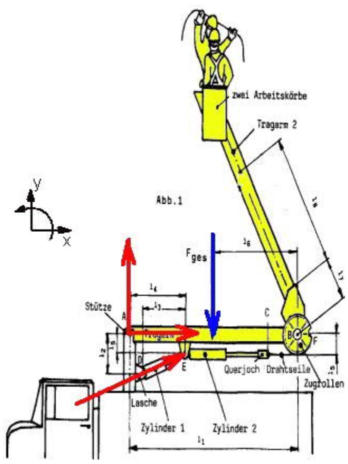
$$F_V = F_S \cdot \sin\gamma_S - F_F = 450\,N \cdot \sin 85° - 80\,N = 368{,}3\,N$$

$$\Sigma F_x = 0 = -F_{Sx} - F_A + F_B \quad \Rightarrow$$

$$F_A = F_B - F_S \cdot \cos\gamma_S = 234{,}5\,N - 450\,N \cdot \cos 85° = 195{,}3\,N$$

2 tgme HP 93/94-2 Zweigelenkarm

2.1 Freigemachte Baugruppe: beide Tragarme 1 und 2 mit Korb und Arbeitern mit oder ohne Zylinder 1. Wenn man nur den Tragarm 1 freimacht, handelt man sich unbekannte Kräfte und Momente im Gelenk zwischen Tragarm 1 und 2 ein, außerdem ist für Tragarm 1 keine Gewichtskraft gegeben.



- F_{ges}: ist gegeben
- F_D oder F_E: Die Wirklinie ist durch den Zylinder gegeben. Hydraulikzylinder sind in der Regel Zweigelenkarme, die an 2 Punkten drehbar gelagert ist und sich in Kraftrichtung ausrichten. Wenn man den Zylinder in die freigemachte Baugruppe einbezieht, rechnet man mit F_D am Punkt D, sonst mit F_E am Punkt E.
- F_A: Die Wirklinie ist nicht bekannt.
- Die Richtungen der unbekannten Kräfte sind frei gewählt, dies ist nur für die rechnerische Lösung notwendig.

Zeichnerische Lösung nach dem 3-Kräfteverfahren

Rechnerische Lösung (nicht gefordert):
Koordinatensystem: x-Achse parallel zum Tragarm 1.

$$\alpha_E = \arctan\frac{l_2 - l_5}{l_3} = \arctan\frac{0{,}6\,m - 0{,}3\,m}{0{,}9\,m} = 18{,}4°$$

$$\Sigma M_A = 0 = F_{Ex}\cdot l_5 + F_{Ey}\cdot l_4 - F_{ges}\cdot(l_1 - l_6)$$

$$\Sigma M_A = 0 = F_E\cdot\cos\alpha_E\cdot l_5 + F_E\cdot\sin\alpha_E\cdot l_4 - F_{ges}\cdot(l_1 - l_6) \Rightarrow$$

$$F_E = F_{ges}\cdot\frac{l_1 - l_6}{\cos\alpha_E\cdot l_5 + \sin\alpha_E\cdot l_4} = 6\,kN\cdot\frac{3{,}6\,m - 1{,}8\,m}{\cos 18{,}4°\cdot 0{,}3\,m + \sin 18{,}4°\cdot 1{,}2\,m}$$

$$F_E = 16{,}26\,kN$$

$$\Sigma F_y = 0 = F_{Ay} + F_{Ey} - F_{ges} \Rightarrow F_{Ay} = F_{ges} - F_E\cdot\sin\alpha_E = 6\,kN - 16{,}26\,kN\cdot\sin 18{,}4° = 0{,}8675\,kN$$

$$\Sigma F_x = 0 = F_{Ax} + F_{Ex} \Rightarrow F_{Ax} = -F_E\cdot\cos\alpha_E = -16{,}26\,kN\cdot\cos 18{,}4° = -15{,}4\,kN$$

$$(F_{Ax}\,wirkt\,entgegen\,der\,angenommenen\,Richtung, d.h.\,nach\,links)$$

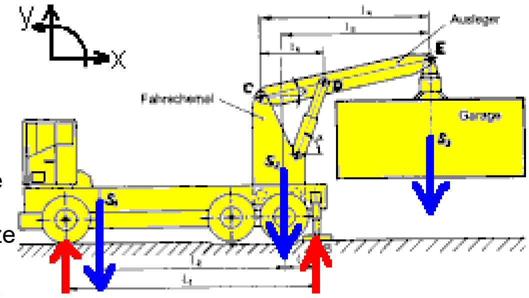
$$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{15{,}43^2 + 0{,}868^2}\,kN = 15{,}5\,kN$$

$$\alpha_A = \arctan\frac{F_{Ay}}{F_{Ax}} = \arctan\frac{0{,}8675\,kN}{-15{,}43\,kN\,mm} = -3{,}2° \quad \textit{nach links oben gegen die negative x-Achse}$$

3 tgme HP 95/96-1 Garagentransporter

3.1 Freigemachte Baugruppe: ganzes Fahrzeug mit Garage.

- F_{g1}, F_{g2} und F_{g3} sind gegeben
- F_A: Die Wirklinie verläuft senkrecht zur Berührfläche, d.h. durch den Mittelpunkt des Rades.
- F_B: Die Wirklinie ist aus der Konstruktion nicht abzulesen, sie ist zur Lösung auch nicht nötig. Da aber keine der anderen Kräfte waagerechte Komponenten hat, kann auch F_B keine waagerechte Komponente haben (weil keine andere Kraft dagegen wirkt). Außerdem wäre ein Kranführer schlecht beraten, würde er die Stütze quer zu ihrer Längsachse belasten.
- Die Richtungen der unbekannten Kräfte sind frei gewählt, dies ist nur für die rechnerische Lösung notwendig.



Zeichnerische Lösung nach dem Schlusslinienverfahren

Rechnerische Lösung (nicht gefordert):
Koordinatensystem: x-Achse parallel zum Tragarm 1.

$$\Sigma M_B = 0 = -F_A \cdot l_1 + F_{G1} \cdot (l_2 + l_3) + F_{G2} \cdot l_3 - F_{G3} \cdot (l_5 - l_3)$$

$$F_A = \frac{F_{G1} \cdot (l_2 + l_3) + F_{G2} \cdot l_3 - F_{G3} \cdot (l_5 - l_3)}{l_1}$$

$$F_A = \frac{100\,\mathrm{kN} \cdot (6{,}5\,m + 1\,\mathrm{m}) + 10\,\mathrm{kN} \cdot 1\,\mathrm{m} - 120\,\mathrm{kN} \cdot (5{,}5\,m - 1\,\mathrm{m})}{9\,\mathrm{m}} = \underline{24{,}4\,kN = F_A(Achse)}$$

$$\Sigma F_y = 0 = F_A - F_{G1} - F_{G2} + F_B - F_{G3}$$

$$F_B = +F_{G1} + F_{G2} + F_{G3} - F_A = 100\,\mathrm{kN} + 10\,\mathrm{kN} + 120\,\mathrm{kN} - 24{,}4\,kN = \underline{205{,}6\,kN = F_B(Achse)}$$

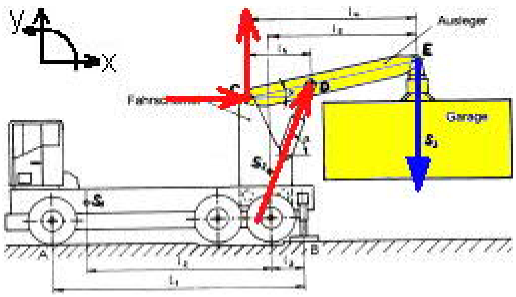
3.2 Zur Berechnung kann die Freimachskizze aus der obigen Aufgabe verwendet werden. Die Kippbedingung kann man aus dem Verhalten des kippenden Transporters erschließen. Er dreht sich um die Stütze B und die Vorderachse hebt ab, d.h. F_A wird 0.

$$\Sigma M_B = 0 = F_{G1} \cdot (l_2 + l_3) + F_{G2} \cdot l_3 - F_{G3max} \cdot (l_5 - l_3)$$

$$F_{G3max} = \frac{F_{G1} \cdot (l_2 + l_3) + F_{G2} \cdot l_3}{l_5 - l_3} = \frac{100\,\mathrm{kN} \cdot (6{,}5\,m + 1\,\mathrm{m}) + 10\,\mathrm{kN} \cdot 1\,\mathrm{m}}{5{,}5\,mm - 1\,\mathrm{m}} = \underline{168{,}9\,kN = F_{G3max}}$$

3.3 Freigemachte Baugruppe: Ausleger mit Garage.

- F_{g3} ist gegeben
- F_C: Die Wirklinie ist aus der Konstruktion nicht abzulesen.
- F_D: Die Wirklinie ist durch das angrenzende Bauteil gegeben. Bei dem Kolben handelt es sich um einen Zweigelenkarm, der an 2 Punkten drehbar gelagert ist und sich in Kraftrichtung ausrichtet.
- Die Richtungen der unbekannten Kräfte sind frei gewählt, dies ist nur für die rechnerische Lösung notwendig.



Rechnerische Lösung:

$$\Sigma M_C = 0 = F_{Dy} \cdot l_6 - F_{Dx} \cdot l_6 \cdot \tan\alpha - F_{G3} \cdot l_4 = F_D \cdot \sin\beta \cdot l_6 - F_D \cdot \cos\beta \cdot l_6 \cdot \tan\alpha - F_{G3} \cdot l_4$$

$$F_D = \frac{F_{G3} \cdot l_4}{\sin\beta \cdot 2\,m - \cos\beta \cdot l_6 \cdot \tan\alpha} = \frac{120\,kN \cdot 6{,}5\,m}{\sin 60° \cdot 2{,}0\,m - \cos 60° \cdot 2\,m \cdot \tan 15°} = 532{,}7\,kN$$

$$\Sigma F_x = 0 = F_{Cx} + F_{Dx} \rightarrow F_{Cx} = -F_{Dx} = -F_D \cdot \cos\beta = -532{,}7\,kN \cdot \cos 60° = -266{,}4\,kN$$

$$\Sigma F_y = 0 = F_{Cy} + F_{Dy} - F_{G3}$$

$$F_{Cy} = F_{G3} - F_{Dy} = F_{G3} - F_D \cdot \sin\beta = 120\,kN - 532{,}7\,kN \cdot \sin 60° = -341{,}4\,kN$$

$$F_C = \sqrt{F_{Cx}^2 + F_{Cy}^2} = \sqrt{(-266{,}4\,kN)^2 + (-341{,}4\,kN)^2} = 433{,}0\,kN$$

$$\alpha_C = \arctan\frac{F_{Cy}}{F_{Cx}} = \arctan\frac{-341{,}4\,kN}{-266{,}4\,kN} = 52{,}0°\,(232°\,zur\ positiven\,x-Achse)$$

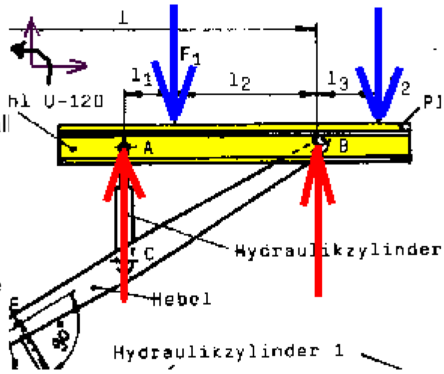
Zeichnerische Lösung nach dem 3-Kräfteverfahren (nicht gefordert)

3.4 Kippsicherheit (sollte bei Statik-Übungen zunächst übersprungen werden)
Der Kippsicherheitsfaktor γ ist der Quotient aus der Summe der haltenden (hier: rechtsdrehenden) Momente zu den kippenden (hier: linksdrehenden) Momenten.

$$\gamma = \frac{\Sigma M_{Rechts}}{\Sigma M_{Links}} = \frac{F_{G1} \cdot (l_2 + l_3) + F_{G2} \cdot l_3}{F_{G3} \cdot (l_5 - l_3)} = \frac{100\,kN \cdot (6{,}5 + 1{,}0)\,m + 10\,kN \cdot 1{,}0\,m}{120\,kN \cdot (5{,}5 - 1{,}0)\,m} = 1{,}4$$

4 tgme HP 90/91-1 Hebetisch

4.1 Freigemachte Baugruppe: Plattform.



- F_1 und F_2 sind gegeben
- F_A: Die Wirklinie ist durch den angrenzenden Zylinder gegeben. Der Zylinder ist ein Zweigelenkarm, weil er an 2 Punkten drehbar gelagert ist und sich in Kraftrichtung ausrichtet, in diesem Fall senkrecht.
- F_B:Die Wirklinie von F_B ergibt sich aus der Randbedingungen, dass keine waagerechten Kräfte wirken, gegen die F_{Bx} halten müsste. Wer dies nicht sieht und B als zweiwertiges Lager betrachtet, erhält das richtige Ergebnis durch Rechnung: $F_{Bx} = 0$.
- Für die rechnerische Lösung sind die Richtungen der unbekannten Kräfte frei gewählt, für die zeichnerische Lösung ist keine Richtung nötig.

Zeichnerische Lösung nach dem Schlusslinienverfahren. Das 4-Kräfte-Verfahren ist nicht geeignet, da 3 oder mehr Kräfte zueinander parallel sind.

Rechnerische Lösung:
Koordinatensystem: x-Achse parallel zur Plattform.

$$\Sigma M_B = 0 = -F_A \cdot (l_1 + l_2) + F_1 \cdot l_2 - F_2 \cdot l_3$$

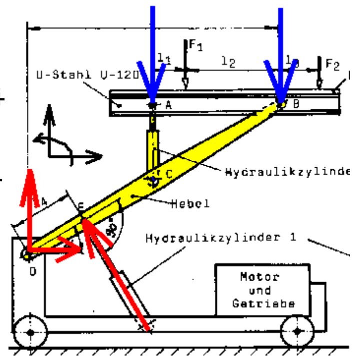
$$F_{Ages} = \frac{F_1 \cdot l_2 - F_2 \cdot l_3}{l_1 + l_2} = \frac{30\,kN \cdot 2\,m - 10\,kN \cdot 1\,m}{0{,}5\,m + 2\,m} = \underline{20\,kN = F_{Ages}} \rightarrow F_A = 10\,kN \text{ (je U-Stahl)}$$

$$\Sigma F_y = 0 = F_A - F_1 + F_{By} - F_2$$

$$F_{By} = -F_A + F_1 + F_2 = -20\,kN + 30\,kN + 10\,kN = 20\,kN$$

$$\Sigma F_x = 0 = F_{Bx} \rightarrow F_B = F_{By} = 10\,kN \text{ (je U-Stahl)}$$

4.2 Freigemachte Baugruppe: Hebel.



- F_A und F_B sind gegeben, wie Wirklinie von F_B muss aus dem oben geschilderten geschlossen werden.
- F_D: Die Wirklinie ist aus der Konstruktion nicht abzulesen, der Hebel ist kein Zweigelenkarm, sondern hat sogar 4 Gelenke bzw. Kraftangriffspunkte.
- F_A: Die Wirklinie ist durch den angrenzenden Zylinder gegeben. Der Zylinder ist ein Zweigelenkarm, weil er an 2 Punkten drehbar gelagert ist und sich in Kraftrichtung ausrichtet, in diesem Fall senkrecht zum Hebel.
- Für die rechnerische Lösung sind die Richtungen der unbekannten Kräfte frei gewählt, für die zeichnerische Lösung ist keine Richtung nötig.

Zeichnerische Lösung nach dem Schlusslinienverfahren. Das 4-Kräfte-Verfahren ist nicht geeignet, da nicht alle Wirklinien bekannt sind.

Rechnerische Lösung:
Koordinatensystem: x-Achse parallel zur Plattform.
Berechnungen bezogen auf eine Seite:

$$\Sigma M_D = 0 = F_E \cdot l_4 - F_A \cdot (l - l_2 - l_1) - F_B \cdot l$$

$$F_E = \frac{F_A \cdot (l - l_2 - l_1) + F_B \cdot l}{l_4} = \frac{10\,kN \cdot (5\text{m} - 2\text{m} - 0{,}5\,m) + 10\,kN \cdot 5\text{m}}{1{,}25\,m} = \underline{60\,kN = F_E}$$

$$\Sigma F_x = 0 = F_{Dx} - F_{Ex}$$

$$F_{Dx} = F_{Ex} = F_E \cdot \sin\alpha = 60\,kN \cdot \sin 30° = 30\,kN$$

$$\Sigma F_y = 0 = F_{Dy} + F_{Ey} - F_A - F_B$$

$$F_{Dy} = -F_E \cdot \cos\alpha + F_A + F_B = -60\,kN \cdot \cos 30° + 10\,kN + 10\,kN = -32{,}0\,kN$$

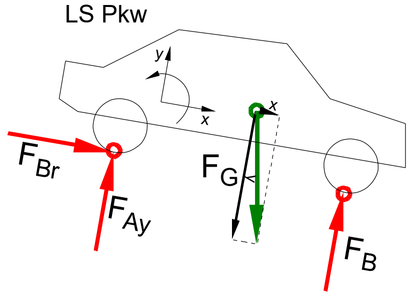
$$F_D = \sqrt{F_{Dx}^2 + F_{Dy}^2} = \sqrt{(30\,kN)^2 + (-32\,kN)^2} = \underline{43{,}8\,kN = F_D}$$

$$\alpha_D = \arctan\frac{F_{Dy}}{F_{Dx}} = \arctan\frac{-32{,}0\,kN}{30{,}0\,kN} = \underline{-46{,}8° = \alpha_D} \quad (\textit{nach rechts unten gegen die x-Achse})$$

5 tgme HP 91/92-1 Parklift

5.1 Rechnerische Lösung

(alle Zwischenrechnungen sind auf die Achsen bezogen)



$F_{Gx} = F_G \cdot \sin\alpha = 13\,kN \cdot \sin 17° = 3{,}80\,kN$

$F_{Gy} = F_G \cdot \cos\alpha = 13\,kN \cdot \cos 17° = 12{,}43\,kN$

$\Sigma M_A = 0 = -F_{Gy} \cdot l_1 - F_{Gx} \cdot l_5 + F_B \cdot (l_1 + l_2 + l_3) \quad \Rightarrow$

$$F_B = \frac{F_{Gy} \cdot l_1 + F_{Gx} \cdot l_5}{l_1 + l_2 + l_3} = \frac{12{,}43\,kN \cdot 1600\,mm + 3{,}80\,kN \cdot 600\,mm}{1600\,mm + 850\,mm + 400\,mm} = 7{,}78\,kN$$

$F_{BRad} = 3{,}89\,kN$

$\Sigma F_x = 0 = F_{Br} + F_{Gx} \quad \Rightarrow \quad F_{Br} = -F_{Gx} = -3{,}80\,kN$

$\Sigma F_y = 0 = F_{Ay} - F_{Gy} + F_B \quad \Rightarrow$

$F_{Ay} = F_{Gy} - F_B = 12{,}43\,kN - 7{,}78\,kN = 4{,}65\,kN$

$F_A = \sqrt{F_{Br}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(-3{,}80\,kN)^2 + (4{,}65\,kN)^2} = 6{,}0\,kN$

$F_{ARad} = 3{,}0\,kN$

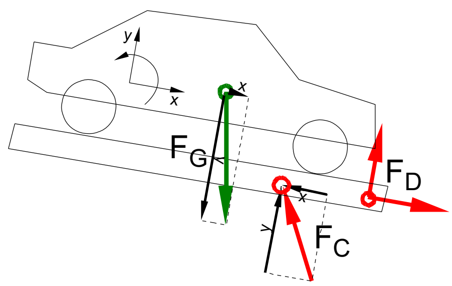
$$\alpha_A = \arctan\frac{F_{Br}}{F_{Ax}} = \arctan\frac{4{,}65\,kN}{-3{,}80\,kN} = -50{,}7°$$

$\alpha_A = 50{,}7°$ nach links oben gegen die negative x-Achse bzw.

$\alpha_A = 129{,}3°$ gegen die positive x-Achse

$\alpha_A = 112{,}3°$ gegen die Waagerechte

5.2 Rechnerische Lösung LS Plattform (1) mit Pkw



$F_{Gx} = F_G \cdot \sin\alpha = 13\,kN \cdot \sin 17° = 3{,}80\,kN$

$F_{Gy} = F_G \cdot \cos\alpha = 13\,kN \cdot \cos 17° = 12{,}43\,kN$

$\Sigma M_D = 0 = +F_{Gy} \cdot (l_2 + l_3 + l_4) - F_{Gx} \cdot l_5 - F_{Cy} \cdot (l_3 + l_4) \quad \Rightarrow$

$$F_{Cy} = \frac{F_{Gy} \cdot (l_2 + l_3 + l_4) - F_{Gx} \cdot l_5}{l_3 + l_4}$$

$$= \frac{12{,}43\,kN \cdot (850 + 400 + 1200)\,mm - 3{,}80\,kN \cdot 600\,mm}{400\,mm + 1200\,mm} = 17{,}61\,kN$$

$$F_{Cy} = F_C \cdot \sin(\beta - \alpha) \quad \Rightarrow \quad F_C = \frac{F_{Cy}}{\sin(\beta - \alpha)} = \frac{17{,}61\,kN}{\sin(74° - 17°)} = 21{,}0\,kN$$

$\Sigma F_x = 0 = F_{Gx} - F_{Cx} + F_{Dx} \quad \Rightarrow$

$F_{Dx} = -F_{Gx} + F_C \cdot \cos(\beta - \alpha) = -3{,}80\,kN + 21{,}0\,kN \cdot \cos(74° - 17°) = 7{,}64\,kN$

$\Sigma F_y = 0 = -F_{Gy} + F_{Cy} + F_{Dy} \quad \Rightarrow$

$F_{Dy} = F_{Gy} - F_{Cy} = 12{,}43\,kN - 17{,}61\,kN = -5{,}18\,kN$

$F_D = \sqrt{F_{Dx}^2 + F_{Dy}^2} = \sqrt{(7{,}64\,kN)^2 + (-5{,}18\,kN)^2} = 9{,}2\,kN$

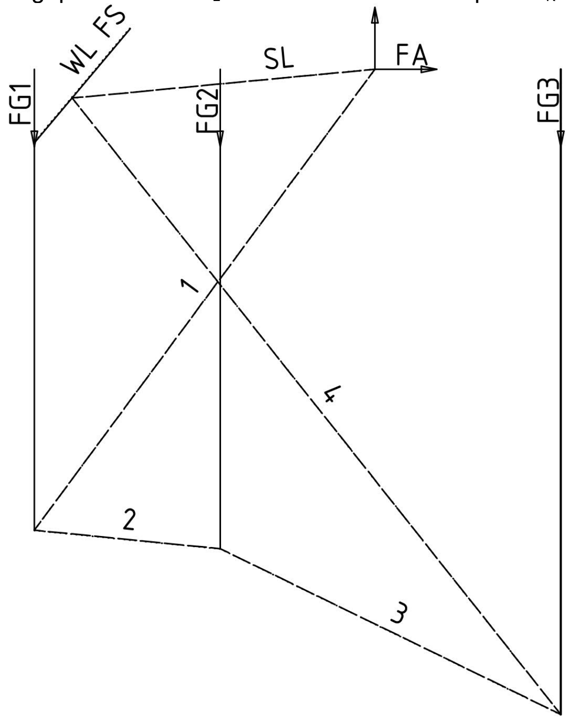
$$\alpha_D = \arctan\frac{F_{Dy}}{F_{Dx}} = \arctan\frac{-5{,}18\,kN}{7{,}64\,kN} = -34{,}1°$$

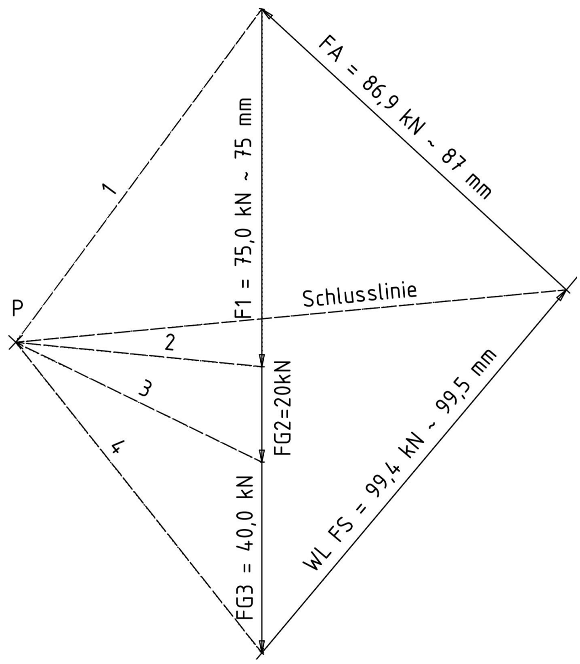
$\alpha_A = 34{,}1°$ nach links unten gegen die positive x-Achse bzw.

$\alpha_A = 51{,}1°$ nach links unten gegen die Waagerechte

6 tgme HP 97/98-1 Verladeanlage

6.1 Lageplan Brücke M_L = 1m / 10mm Kräfteplan M_K = 10 kN/10mm





rechnerische Lösung:

$$\Sigma M_A = 0 = F_{G1} \cdot l_1 - F_S \cdot l_4 \cdot \cos\alpha + F_{G2} \cdot l_2 - F_{G3} \cdot l_3 \quad \Rightarrow$$

$$F_S = \frac{F_{G1} \cdot l_1 + F_{G2} \cdot l_2 - F_{G3} \cdot l_3}{l_4 \cdot \cos\alpha}$$

$$= \frac{75\,kN \cdot 5{,}5\,m + 20\,kN \cdot 2{,}5\,m - 40\,kN \cdot 3{,}0\,m}{4{,}5\,m \cdot \cos 40°} = 99{,}35\,kN$$

$$\Sigma F_x = 0 = F_S \cdot \sin\alpha + F_{Ax} \quad \Rightarrow \quad F_{Ax} = -F_S \cdot \sin\alpha = -99{,}35\,kN \cdot \sin 40° = -63{,}9\,kN$$

$$\Sigma F_y = 0 = -F_{G1} + F_S \cdot \cos\alpha - F_{G2} + F_{Ay} - F_{G3} \quad \Rightarrow$$

$$F_{Ay} = F_{G1} - F_S \cdot \cos\alpha + F_{G2} + F_{G3} = 75\,kN - 99{,}35\,kN \cdot \cos 40° + 20\,kN + 40\,kN = 58{,}9\,kN$$

$$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{(-63{,}9\,kN)^2 + (58{,}9\,kN)^2} = 86{,}9\,kN$$

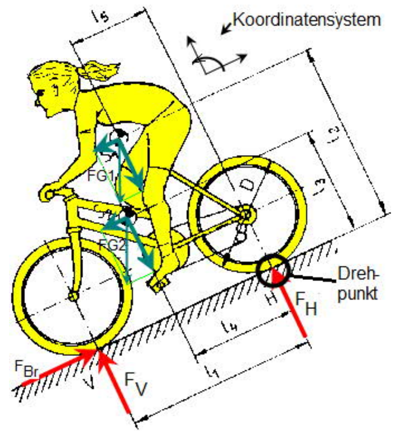
$$\alpha_A = \arctan\frac{F_{Ay}}{F_{Ax}} = \arctan\frac{58{,}9\,kN}{-63{,}9\,kN} = -42{,}7°$$

$\alpha_A = 42{,}7°$ nach links oben gegen die negative x-Achse bzw.

$\alpha_A = 137{,}3°$ gegen die positive x-Achse bzw.

7 tgme HP92/93-1 Mountainbike

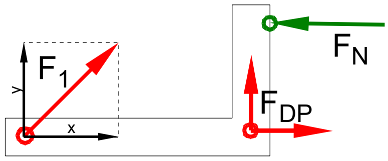
7.1 Lageskizze Rad+Fahrerin



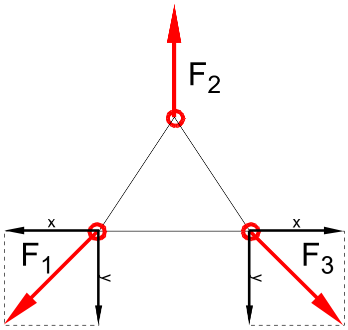
$$F_{G1x}=F_{G1}\cdot\sin\alpha=560\,N\cdot\sin 15{,}6°=151{,}0\,N$$
$$F_{G1y}=F_{G1}\cdot\cos\alpha=560\,N\cdot\cos 15{,}6°=539{,}3\,N$$
$$F_{G2x}=F_{G2}\cdot\sin\alpha=140\,N\cdot\sin 15{,}6°=37{,}7\,N$$
$$F_{G2y}=F_{G2}\cdot\cos\alpha=140\,N\cdot\cos 15{,}6°=134{,}8\,N$$
$$mit\quad \alpha=\arctan 28\,\%=15{,}6°$$

$$\Sigma M_H=0$$
$$=+F_0\cdot 0-F_V\cdot l_1+F_H\cdot 0$$
$$+F_{G1x}\cdot l_2+F_{G1y}\cdot l_5+F_{G2x}\cdot l_3+F_{G2y}\cdot l_4 \rightarrow$$
$$F_V=\frac{F_{G1x}\cdot l_2+F_{G1y}\cdot l_5+F_{G2x}\cdot l_3+F_{G2y}\cdot l_4}{l_1}$$
$$F_V=\frac{+151{,}0\cdot 1000+539{,}3\cdot 426+37{,}7\cdot 640+134{,}8\cdot 575}{1044}\cdot\frac{N\cdot mm}{mm}$$
$$F_V=462\,N$$
$$\Sigma F_x=0=+F_{Br}-F_{G1x}-F_{G2x} \rightarrow$$
$$F_{Br}=F_{G1x}+F_{G2x}=151{,}0\,N+37{,}7\,N=189\,N$$
$$\Sigma F_y=0=F_V-F_{G1y}-F_{G2y}+F_H \rightarrow$$
$$F_H=-F_V+F_{G1y}+F_{G2y}$$
$$=-462{,}0\,N+539{,}3\,N+134{,}8\,N=212\,N$$

7.2 LS Bremshebel



LS Dreieckverbinder



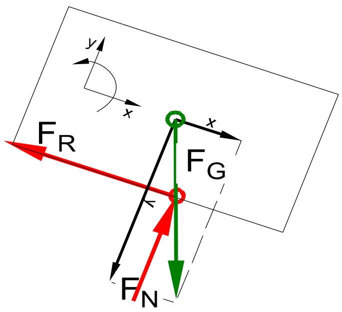
Rechnerische Lösung

$$\text{Bremshebel: } \Sigma M_{DP}=0=-F_{1y}\cdot l_6+F_N\cdot l_7=-F_1\cdot l_6\cdot\cos\frac{\beta}{2}+F_N\cdot l_7 \quad\Rightarrow$$
$$F_1=F_N\cdot\frac{l_7}{l_6\cdot\cos\frac{\beta}{2}}=300\,N\cdot\frac{40\,mm}{100\,mm\cdot\cos\frac{100°}{2}}=186{,}7\,N$$
$$\text{Dreiecksverbinder: } \Sigma F_y=0=-F_{1y}+F_2-F_{3y} \quad\Rightarrow\quad F_2=2\cdot F_1\cdot\cos\frac{\beta}{2}=2\cdot 186{,}7\,N\cdot\cos\frac{100°}{2}=240\,N$$

8 tgme HP 98/99-1 Lastkraftwagen

8.1 Lsg:

LP Stahlblock:



$$\Sigma F_y = 0 = -F_{Gy} + F_N \quad \Rightarrow \quad F_N = F_{Gy} = F_G \cdot \cos\alpha$$

$$F_{RHaft} = F_N \cdot \mu_H = F_{Gy} \cdot \mu_H = F_G \cdot \cos\alpha \cdot \mu_H$$

$$\Sigma F_x = 0 = +F_{Gx} - F_R \quad \Rightarrow \quad F_R = F_{Gx} = F_G \cdot \sin\alpha$$

Rutschbedingung:

$$F_{RHaft} < F_R$$

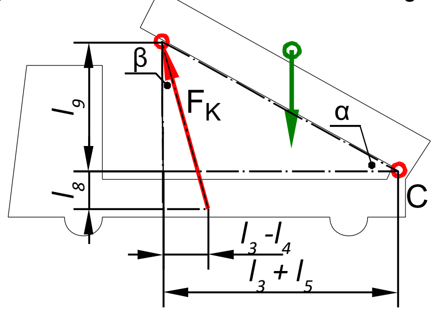
$$F_G \cdot \cos\alpha \cdot \mu_H < F_G \cdot \sin\alpha$$

$$\mu_H < \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha \quad \Rightarrow \quad \alpha > \arctan\mu_H = \arctan 0{,}6 = 30{,}96°$$

Bei α = 30,96° haftet der Block gerade noch, darüber gerät er ins Rutschen.

8.2 Rechnerische Lösung

Diese Aufgabe war für eine grafische Lösung gestellt. Aufgrund ihrer Bemaßung ist sie rechnerisch ziemlich aufwendig. Einen Winkel β des Hubzylinders braucht man immer. Hier liegt er zwischen dem Zylinder und einer Senkrechten:

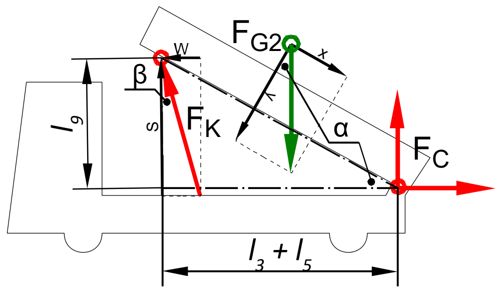


$$\tan\alpha = \frac{l_9}{l_3 + l_5} \quad \Rightarrow \quad l_9 = (l_3 + l_5) \cdot \tan\alpha = (6+1)\,m \cdot \tan 30° = 4{,}04\,m$$

$$\tan\beta = \frac{l_3 - l_4}{l_9 + l_8} \quad \Rightarrow \quad \beta = \arctan\frac{6-5}{4{,}041 + 1{,}5} \cdot \frac{m}{m} = 10{,}23°$$

Die Kolbenkraft F_K kann mit der Gleichgewichtsbedingung für (Dreh-) Momente um den Punkt C ermittelt werden, aber die Bemaßung ist für eine Standardlösung nicht geeignet. Hier einige individuelle Lösungen:

Variante 1: Zerlegung von F_K in waagerechte und senkrechte Komponenten



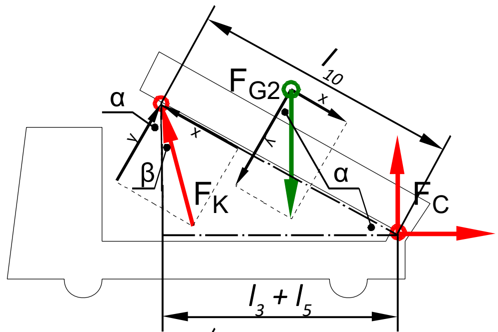
$$\Sigma M_C = 0 = -F_{KS} \cdot (l_5 + l_3) + F_{KW} \cdot l_9 + F_{G2y} \cdot l_6 - F_{G2x} \cdot l_7$$

$$= -F_K \cdot \cos\beta \cdot (l_3 + l_5) + F_K \cdot \sin\beta \cdot l_9 + F_{G2} \cdot \cos\alpha \cdot l_6 - F_{G2} \cdot \sin\alpha \cdot l_7$$

$$F_K = F_{G2} \cdot \frac{\cos\alpha \cdot l_6 - \sin\alpha \cdot l_7}{\cos\beta \cdot (l_3 + l_5) - \sin\beta \cdot l_9}$$

$$= 70\,kN \cdot \frac{\cos 30° \cdot 5\,m - \sin 30° \cdot 1\,m}{\cos 10{,}23° \cdot (6+1)\,m - \sin 10{,}23° \cdot 4{,}04\,m} = 43{,}45\,kN$$

Variante 2: Zerlegung von F_K in Komponenten, die rechtwinklig und parallel zur Ladefläche liegen



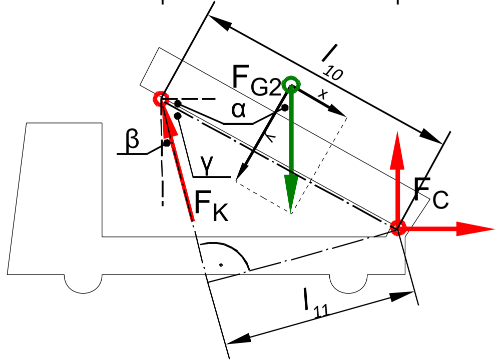
$$\Sigma M_C = 0 = -F_{Ky} \cdot l_{10} + F_{Kx} \cdot 0 + F_{G2y} \cdot l_6 - F_{G2x} \cdot l_7$$

$$= -F_K \cdot \cos(\beta + \alpha) \cdot \frac{l_3 + l_5}{\cos\alpha} + F_{G2} \cdot \cos\alpha \cdot l_6 - F_{G2} \cdot \sin\alpha \cdot l_7$$

$$F_K = F_{G2} \cdot \frac{\cos\alpha \cdot l_6 - \sin\alpha \cdot l_7}{\cos(\beta + \alpha) \cdot (l_3 + l_5)} \cdot \cos\alpha$$

$$= 70\,kN \cdot \frac{\cos 30° \cdot 5\,m - \sin 30° \cdot 1\,m}{\cos(10{,}23° + 30°) \cdot (6+1)\,m} \cdot \cos 30° = 43{,}45\,kN$$

Variante 3: Ermittlung des Hebelarmes l_{11} für F_K (l_{10} siehe oben)



$$l_{11} = l_{10} \cdot \sin\gamma = \frac{l_3 + l_5}{\cos\alpha} \cdot \sin(90° - \alpha - \beta)$$

$$= \frac{(6+1)\,m}{\cos 30°} \cdot \sin(90° - 30° - 10{,}23°) = 6{,}17\,m$$

$$\Sigma M_C = 0 = -F_K \cdot l_{11} + F_{G2y} \cdot l_6 - F_{G2x} \cdot l_7$$

$$F_K = F_{G2} \cdot \frac{\cos\alpha \cdot l_6 - \sin\alpha \cdot l_7}{l_{11}}$$

$$= 70\,kN \cdot \frac{\cos 30° \cdot 5\,m - \sin 30° \cdot 1\,m}{6{,}17\,m} = 43{,}45\,kN$$

Auch für F_C gibt es mehrere Möglichkeiten. Hier wird mit dem klassischen Koordinatensystem gerechnet (x waagerecht, y senkrecht):

$$\Sigma F_x = 0 = -F_{Kx} + F_{Cx}$$

$$F_{Cx} = F_K \cdot \sin\beta = 43{,}45\,kN \cdot \sin 10{,}23\,° = 7{,}72\,kN$$

$$\Sigma F_y = 0 = +F_{Ky} - F_{G2} + F_{Cy}$$

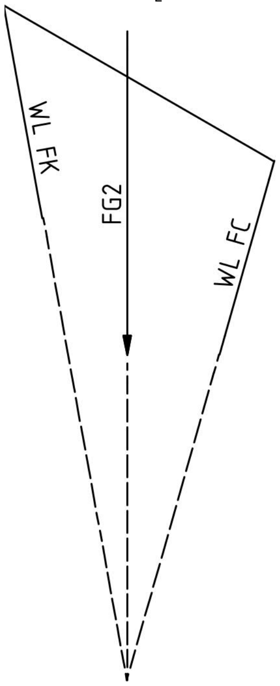
$$F_{Cy} = -F_K \cdot \cos\beta + F_{G2} = -43{,}45\,kN \cdot \cos 10{,}23\,° + 70\,kN = 27{,}24\,kN$$

$$F_C = \sqrt{F_{Cx}^2 + F_{Cy}^2} = \sqrt{(7{,}72\,kN)^2 + (27{,}24\,kN)^2} = 28{,}3\,kN$$

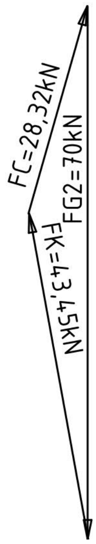
$$\alpha_A = \arctan\frac{F_{Cy}}{C_{Ax}} = \arctan\frac{27{,}24\,kN}{7{,}72\,kN} = 74{,}2\,° \text{ nach rechts oben gegen die x-Achse bzw.}$$

Grafische Lösung

LP Pritsche M_L = 5m/25mm



KP M_K = 70kN / 70mm



8.3 rechnerische Lösung 4,0

$$l_x = -l_5 + l_6 \cdot \cos\alpha - l_7 \cdot \sin\alpha$$

$$= -1\,m + 5\,m \cdot \cos 30\,° - 1\,m \cdot \sin 30\,° = 2{,}83\,m$$

$$\Sigma M_B = 0 = -F_A \cdot l_1 + F_1 \cdot l_2 + F_2 \cdot l_x \quad \Rightarrow$$

$$F_A = \frac{F_1 \cdot l_2 + F_2 \cdot l_x}{l_1}$$

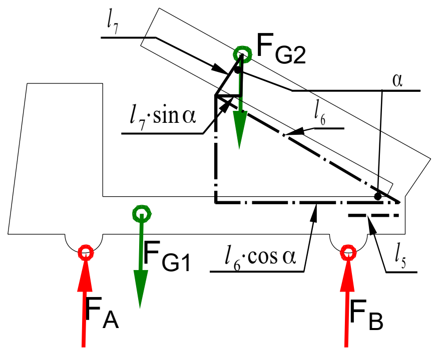
$$= \frac{120\,kN \cdot 7\,m + 70\,kN \cdot 2{,}83\,m}{8{,}5\,m} = 122{,}1\,kN$$

$$\Sigma F_y = 0 = F_A - F_1 - F_2 + F_B \quad \Rightarrow$$

$$F_B = F_1 + F_2 - F_A$$

$$= 120\,kN + 70\,kN - 122{,}1\,kN = 67{,}9\,kN$$

LS Lkw:



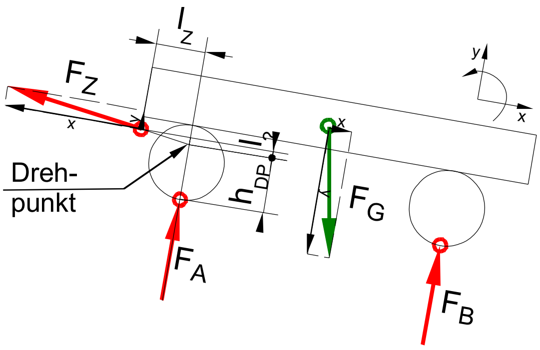
8.4 2,0

$$\eta \cdot P_e = \frac{F_K}{A} \quad \Rightarrow \quad A = \frac{F_K}{\eta \cdot P_e} = \frac{70\,kN}{0{,}9 \cdot 100\,\text{bar}} = 7777{,}8\,mm^2$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \quad \Rightarrow \quad d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 7777{,}8\,mm^2}{\pi}} = 99{,}5\,mm$$

9 tgme HP 98/99-2 Zugmaschine mit Anhänger

9.1 LS Anhänger



Für diese Aufgabe war ursprünglich eine zeichnerische Lösung gefordert.
Um sie rechnerisch lösen zu können und mit der Summe der Drehmomente im Schnittpunkt zweier unbekannter Kräfte zu beginnen, wird zunächst der Schnittpunkt zwischen F_Z und F_A berechnet:

$$\frac{l_?}{l_Z}=\tan\alpha_Z \quad \Rightarrow \quad l_?=l_Z\cdot\tan\alpha_Z=550\,mm\cdot\tan 6°=57{,}8\,mm$$

$$h_{DP}=h_Z-l_?=800\,mm-57{,}8\,mm=742{,}2\,mm$$

$$F_{Gx}=F_G\cdot\sin\alpha=80\,kN\cdot\sin 12°=16{,}6\,N$$

$$F_{Gy}=F_G\cdot\cos\alpha=80\,kN\cdot\cos 12°=78{,}3\,N$$

$$\Sigma M_A=0=-F_{Gx}\cdot(h_G-h_{DP})-F_{Gy}\cdot l_G+F_B\cdot l_B \quad \Rightarrow$$

$$F_B=\frac{F_{Gx}\cdot(h_G-h_{DP})+F_{Gy}\cdot l_G}{l_B}=\frac{16{,}6\,kN\cdot(1400-742{,}2)\,mm+78{,}3\,kN\cdot 1300\,mm}{2800\,mm}=40{,}3\,kN$$

$$\Sigma F_x=0=-F_{Zx}+F_{Gx}=-F_Z\cdot\cos\alpha_Z+F_{Gx} \quad \Rightarrow \quad F_Z=\frac{F_{Gx}}{\cos\alpha_Z}=\frac{16{,}6\,kN}{\cos 6°}=16{,}7\,kN$$

$$\Sigma F_y=0=F_{Zy}+F_A-F_{Gy}+F_B=F_Z\cdot\sin\alpha_Z+F_A-F_{Gy}+F_B \quad \Rightarrow$$

$$F_A=-F_Z\cdot\sin\alpha_Z+F_{Gy}-F_B=-16{,}7\,kN\cdot\sin 6°\,kN+78{,}3\,kN-40{,}3\,kN=36{,}3\,kN$$

Bei dieser Aufgabe gibt es auch die Möglichkeit, mit $\Sigma F_x = 0$ zu beginnen.

$$\Sigma F_x=0=-F_{Zx}+F_{Cx} \quad \Rightarrow \quad F_{Zx}=F_{Gx}=16{,}6\,kN=F_Z\cdot\cos\alpha_Z \quad \Rightarrow$$

$$F_Z=\frac{F_{Zx}}{\cos\alpha_Z}=\frac{16{,}6\,kN}{\cos 6°}=16{,}7\,kN$$

$$F_{Zy}=F_Z\cdot\sin\alpha_Z=16{,}7\,kN\cdot\sin 6°=1{,}75\,kN$$

$$\Sigma M_A=0=+F_{Zx}\cdot h_Z-F_{Zy}\cdot l_Z-F_{Gx}\cdot h_G-F_{Gy}\cdot l_G+F_B\cdot l_B \quad \Rightarrow$$

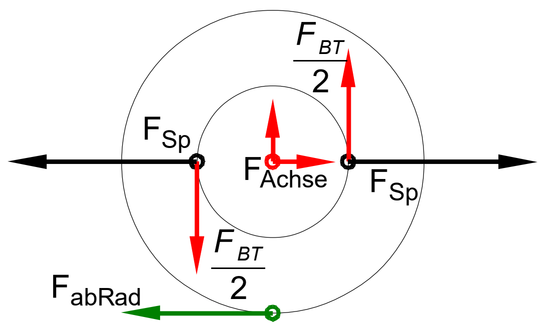
$$F_B=\frac{-F_{Zx}\cdot h_Z+F_{Zy}\cdot l_Z+F_{Gx}\cdot h_G+F_{Gy}\cdot l_G}{l_B}$$

$$=\frac{-16{,}6\,kN\cdot 800\,mm+1{,}75\,kN\cdot 550\,mm+16{,}6\,kN\cdot 1400\,mm+78{,}3\,kN\cdot 1300\,mm}{2800\,mm}=40{,}3\,kN$$

$$\Sigma F_y=0=F_{Zy}+F_A-F_{Gy}+F_B \quad \Rightarrow$$

$$F_A=-F_{Zy}+F_{Gy}-F_B=-1{,}75\,kN+78{,}3\,kN-40{,}3\,kN=36{,}3\,kN$$

9.2 LS Rad mit Bremstrommel: Die Normal- (F_{SP}) und Reibkräfte ($F_{BT}/2$) werden von den beiden Bremsbacken auf die Bremstrommel übertragen. F_{SP} heben sich auf und spielen keine Rolle. Die Reibkräfte $F_{BT}/2$ heben sich kräftemäßig ebenfalls auf, addieren sich aber beim Drehmoment.



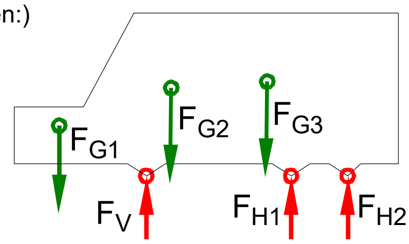
$$\Sigma M_{Achse}=0=-F_{abRad}\cdot\frac{d_{rad}}{2}+2\cdot\frac{F_{BT}}{2}\cdot\frac{d_{BT}}{2} \quad \Rightarrow$$

$$F_{BT}=F_{abRad}\cdot\frac{d_{Rad}}{d_{BT}}=\frac{F_{ab}}{2}\cdot\frac{d_{Rad}}{d_{BT}}$$

$$=\frac{14\,kN}{2}\cdot\frac{950\,mm}{408\,mm}=16{,}3\,kN$$

10 tgme HP 2014/15-1 Müllsammelfahrzeug

10.1 Lageskizze des Müllsammelfahrzeuges (Die Berechnungen sind auf Achsen bezogen:)



$$\Sigma M_V = 0 = +F_{G1}\cdot l_3 - F_{G2}\cdot l_4 - F_{G3}\cdot l_5 + F_{H1}\cdot l_6 + F_{H2}\cdot(l_6+l_7) \quad \Rightarrow$$

$$F_H = \frac{-F_{G1}\cdot l_3 + F_{G2}\cdot l_4 + F_{G3}\cdot l_5}{2\cdot l_6 + l_7}$$

$$= \frac{-10\,kN\cdot 3400\,mm + 190\,kN\cdot 1600\,mm + 120\,kN\cdot 3400\,mm}{2\cdot 4800\,mm + 1200\,mm} = 62{,}8\,kN$$

$$\Sigma F_y = 0 = -F_{G1} + F_V - F_{G2} - F_{G3} + 2\cdot F_H \quad \Rightarrow$$

$$F_V = +F_{G1} + F_{G2} + F_{G3} - 2\cdot F_H = 10\,kN + 190\,kN + 120\,kN - 2\cdot 62{,}8\,kN = 194{,}4\,kN$$

Kräfte pro Rad unter der Annahme, dass keine Zwillingsbereifung vorliegt:

$F_{VRad} = F_V/2 = 97{,}2$ kN und $F_{H1Rad} = F_{H2Rad} = F_H/2 = 31{,}4$ kN

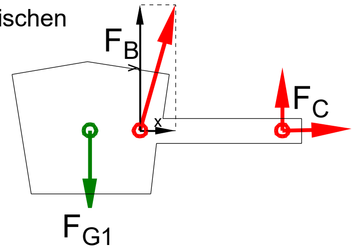
10.2 Der Einfachheitheit halber wird der Ansatz aus der vorigen Aufgabe ohne F_{G3} übernommen und geeignet interpretiert. Andere Ansätze sind möglich.

$$\Sigma M_V = 0 = +F_{G1}\cdot l_3 - F_{G2}\cdot l_4 + F_{H1}\cdot l_6 + F_{H2}\cdot(l_6+l_7) \quad \Rightarrow$$

$$F_H = \frac{-F_{G1}\cdot l_3 + F_{G2}\cdot l_4}{2\cdot l_6 + l_7} = \frac{-10\,kN\cdot 3400\,mm + 190\,kN\cdot 1600\,mm}{2\cdot 4800\,mm + 1200\,mm} = 25\,kN$$

Da die Kräfte auf die Hinterachsen >0 sind, kippt der leere Lkw nicht.

10.3 Lageskizze des Auslegers + Container (mit dem Container umgeht man den Haken zwischen B und C und wäre auch für ein F_{G1} gewappnet, das mittig o.ä. im Container liegt).
Die Berechnungen sind auf beide Seiten bezogen:



$$\Sigma M_B = 0 = +F_{G1}\cdot l_1 + F_{Cy}\cdot l_2 \quad \Rightarrow \quad F_{Cy} = -F_{G1}\cdot\frac{l_1}{l_2} = -10\,kN\cdot\frac{500\,mm}{800\,mm} = -6{,}25\,kN$$

$$\Sigma F_y = 0 = -F_{G1} + F_{By} + F_{Cy} \quad \Rightarrow \quad F_{By} = F_{G1} - F_{Cy} = 10\,kN - (-6{,}25\,kN) = 16{,}25\,kN$$

$$F_B = \frac{F_{By}}{\sin\alpha} = \frac{16{,}25\,kN}{\sin 58°} = 19{,}16\,kN$$

$$\Sigma F_x = 0 = F_{Bx} + F_{Cx} \quad \Rightarrow \quad F_{Cx} = -F_{Bx} = -F_B\cdot\cos\alpha = -19{,}16\,kN\cdot\cos 58° = -10{,}15\,kN$$

$$F_C = \sqrt{F_{Cx}^2 + F_{Cy}^2} = \sqrt{(-10{,}15\,kN)^2 + (-6{,}25\,kN)^2} = 11{,}9\,kN$$

$$\alpha_C = \arctan\frac{F_{Cy}}{F_{Cx}} = \arctan\frac{-6{,}25\,kN}{-10{,}15\,kN} = 31{,}6°$$

$\alpha_C = 31{,}6°$ nach links unten gegen die negative x-Achse bzw.

$\alpha_C = 211{,}6°$ gegen die positive x-Achse

11 tgtm HP 2014/15-1: Flugzeugschlepper

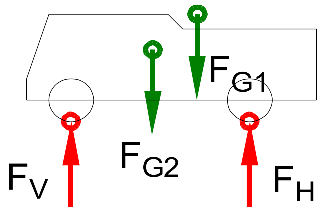
11.1 Aufstandskräfte:

$$\Sigma M_H = 0 = -F_V \cdot 5\,m + F_{G2} \cdot (5-2{,}5)\,m + F_{G1} \cdot (5-3)\,m \quad \Rightarrow$$

$$F_V = \frac{F_{G2} \cdot 2{,}5\,m + F_{G1} \cdot 2\,m}{5\,m} = \frac{320\,kN \cdot 2{,}5 + 180\,kN \cdot 2}{5} = 232\,kN$$

$$\Sigma F_y = 0 = F_V - F_{G2} - F_{G1} + F_H \quad \Rightarrow$$

$$F_H = -F_V + F_{G2} + F_{G1} = -232\,kN + 320\,kN + 180\,kN = 268\,kN$$



LS Flugzeugschlepper

Hinweis 1: Der Begriff „stehend“ im Aufgabentext weist darauf hin, dass keine Zugkraft F_z wirkt.

Hinweis 2: RadØ spielen bei Statikaufgaben selten eine Rolle, auch hier nicht.

Hinweis 3: Wenn man den Drehpunkt um die Vorderachse wählt, wird die Berechnung der Hebelarme etwas einfacher, aber diesen Ansatz kann man nicht in die folgende Aufgabe übertragen.

Hinweis 4: In meinem Ansatz kommt F_{G2} vor F_{G1}, weil ich die Lageskizze systematisch von links nach rechts durchgehe. Systematisches Vorgehen ist immer ein gutes Mittel, um die eigene Fehlerquote zu senken.

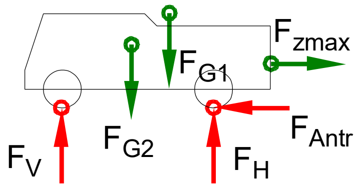
11.2 Abheben

<u>Berechnung über die zulässige Kraft F_{zzul} ($F_V = 0$):</u>

Beim Abheben wird die Vorderachskraft $F_V = 0$.

$$\Sigma M_H = 0 = +F_{G2} \cdot (5-2{,}5)\,m + F_{G1} \cdot (5-3)\,m - F_{zzul} \cdot 0{,}5\,m \quad \Rightarrow$$

$$F_{zzul} = \frac{F_{G2} \cdot 2{,}5\,m + F_{G1} \cdot 2\,m}{0{,}5\,m} = \frac{320\,kN \cdot 2{,}5 + 180\,kN \cdot 2}{0{,}5} = 2320\,kN$$



LS Flugzeugschlepper mit Zuglast

F_{zzul} = 2320 kN > 200 kN = F_{zmax} bedeutet, dass der Schlepper nicht abhebt.

Berechnung über die (Rest-)Kraft an der Vorderachse F_V:

$$\Sigma M_H = 0 = -F_A \cdot 5\,m + F_{G2} \cdot (5-2{,}5)\,m + F_{G1} \cdot (5-3)\,m - F_{zmax} \cdot 0{,}5\,m \quad \Rightarrow$$

$$F_V = \frac{F_{G2} \cdot 2{,}5\,m + F_{G1} \cdot 2\,m - Fzmax \cdot 0{,}5\,m}{5\,m} = \frac{320\,kN \cdot 2{,}5 + 180\,kN \cdot 2 - 200\,kN \cdot 0{,}5}{5} = 212\,kN$$

F_V = 212 kN > 0 bedeutet, dass die Vorderachse noch nicht abhebt.

<u>Berechnung über den Kippsicherheitsfaktor:</u>

Der Kippsicherheitsfaktor γ ist der Quotient aus der Summe der haltenden (hier: linksdrehenden) Momente zu den kippenden (hier: rechtsdrehenden) Momenten (hier: um die Hinterradauflage).

$$\gamma = 0 = \frac{|\Sigma M_{Links}|}{|\Sigma M_{Rechts}|} = \frac{|F_{G2} \cdot (5-2{,}5)\,m + F_{G1} \cdot (5-3)\,m|}{|-F_{zul} \cdot 0{,}5\,m|} = \frac{320\,kN \cdot 2{,}5 + 180\,kN \cdot 2}{200\,kN \cdot 0{,}5\,m} = 11{,}6$$

γ > 1 bedeutet, dass der Schlepper nicht abhebt.

11.3 Auch beim Antrieb der Vorderachse wird die Hinterachse be- und die Vorderachse entlastet. In diesem Fall hebt die Vorderachse nur deshalb nicht ab, weil bei sinkender Vorderachslast irgendwann die Vorderräder durchdrehen.

Ergänzungen

– NP 2006/07-2 Cityroller
  oder ähnliche Aufgabe, bei der der Durchmesser der Räder berücksichtigt werden muss.
– Stehleiter