

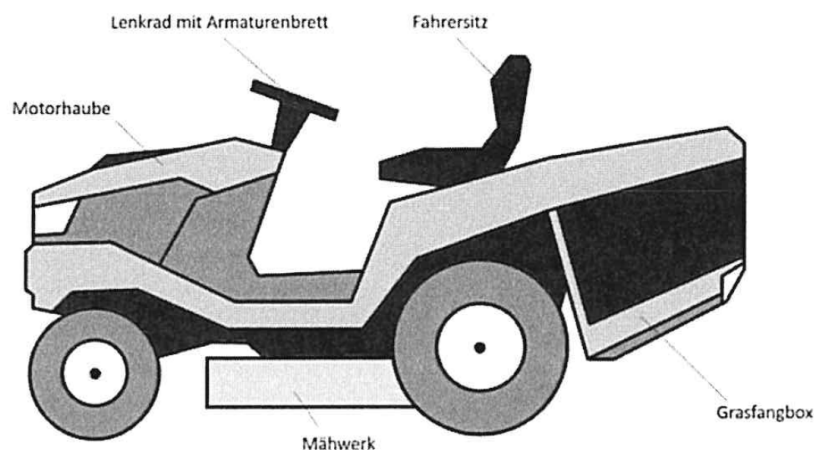


tgtm HP 2021/22-1: Rasentraktor

(Pflichtaufgabe)

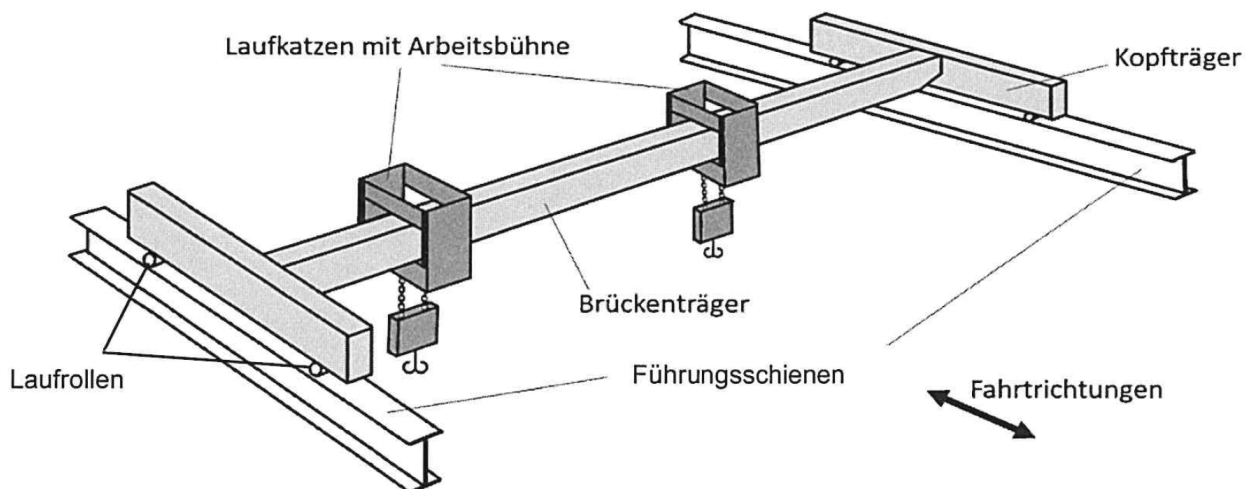
Szenario

Das Unternehmen Grasweg Graf e. Kfr. ist ein Unternehmen mit 45 Mitarbeiter/innen und hat sich auf die Produktion hochwertiger Rasentraktoren (Aufsitzrasenmäher) spezialisiert. Diese bestehen aus einem Fahrgestell mit Motorhaube, Lenkrad und Fahrersitz sowie einem Mähwerk mit Grasfangbox.



Rasentraktor

Für die Montage und das Verladen der Rasentraktoren ist in der Werkhalle ein Brückenlaufkran vorgesehen. Dieser soll aus einem Brückenträger mit zwei Kopfträgern bestehen. Der Kran soll mit zwei Laufkatzen für den Transport der Rasentraktoren ausgestattet sein. Die Kopfträger laufen auf je zwei Laufrollen über die Führungsschienen in der gewählten Fahrtrichtung.

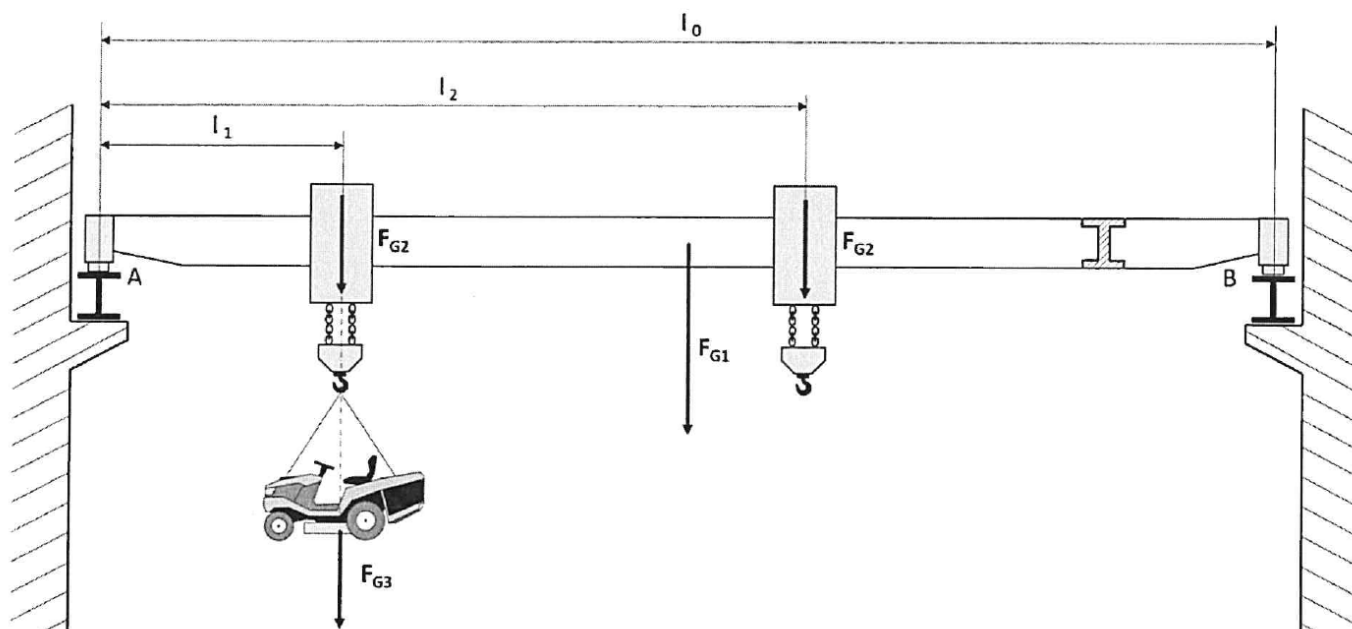


Brückenlaufkran



Unten dargestellt ist der Brückenlaufkran in der Vorderansicht mit einem aufgehängten Rasentraktor.

Für alle folgenden Berechnungen ist von dieser Situation auszugehen



Brückenlaufkran

Darstellung unmaßstäblich

Daten

<u>Gewichtskräfte:</u>	Eigengewicht Brückenträger		
	mit Kopfträgern:	F_{G1}	= 20 kN (mittig des Brückenträgers)
	Laufkatze:	F_{G2}	= 10 kN in S_2
	Rasentraktor:	F_{G3}	= 2,7 kN

Abmessungen: $l_0 = 20 \text{ m}$, $l_1 = 4 \text{ m}$, $l_2 = 12 \text{ m}$

1 Lagerkräfte

- 1.1. Schneiden Sie den belasteten Brückenlaufkran zur Berechnung der Lagerkräfte in A und B frei. 2,0
- 1.2. Berechnen Sie die Lagerkräfte F_A und F_B . 4,0



2 Brückenträger und Rollen

Für den Brückenträger soll ein IBP-Träger zur Anwendung kommen, der mit den beiden Kopfträgern verschweißt wird. An den Kopfträgern sind je zwei Führungsschienen montiert, über die sich der gesamte Brückenlaufkran auf den Führungsschienen bewegen lässt.

Daten

Trägermaterial:		S450J0
Sicherheit gegen Biegung	v	$= 1,5$
Rollreibungszahl:	f	$= 0,5 \text{ mm}$
Maximale Last je Rolle:	$F_{\max}$	$= 15\,000 \text{ N}$

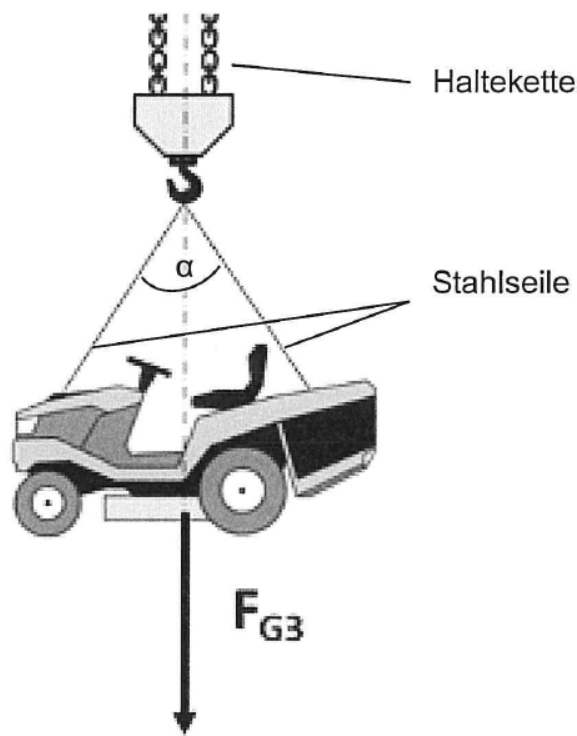
- 2.1. Begründen Sie, warum das maximale Biegemoment $M_{b\max}$ des Brückenträgers für die gezeichnete Stellung der Laufkatzen in der Trägermitte bei F_{G1} zu erwarten ist. 2,0
- 2.2. Ermitteln Sie das maximale Biegemoment. 3,0
- 2.3. Ermitteln Sie den erforderlichen IPB-Träger für $M_{b\max} = 170 \text{ kNm}$ und geben Sie diesen normgerecht an. 2,0
- 2.4. Die Rollreibungskraft je Laufrolle soll 300 N nicht überschreiten. Berechnen Sie den erforderlichen Durchmesser D_R der Rollen. 2,0



3 Hebezeug

Um die Rasentraktoren transportieren zu können, werden sie mit Hilfe von zwei gleich langen Stahlseilen so an dem Kranhaken aufgehängt, dass der Traktor waagrecht hängt und perfekt angehoben werden kann.

Hinweis: Für die folgenden Aufgaben bleiben die Gewichtskräfte der Stahlseile und des gesamten Krangeschirrs unberücksichtigt.



Darstellung unmaßstäblich

Daten

Gewichtskraft Rasentraktor:	$F_{G3} = 2,7 \text{ kN}$
Seil:	Durchmesser Einzeldraht $d = 0,3 \text{ mm}$
	Spreizwinkel der Seilaufhängung $\alpha = 60^\circ$
	Zulässige Zugspannung $\sigma_{zzul} = 400 \text{ N/mm}^2$
Kette:	Kettenwerkstoff E360
	Durchmesser Kettenglied $d = 4 \text{ mm}$

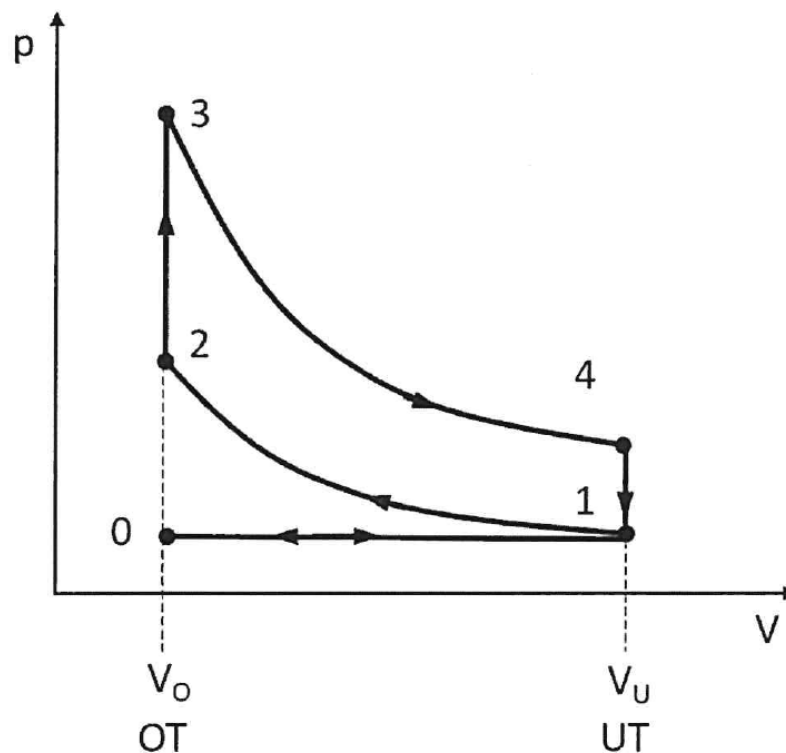
- 3.1. Berechnen Sie die vorhanden Zugkraft F_z in einem Seil. 3,0
- 3.2. Berechnen Sie die erforderliche Anzahl der Einzeldrähte pro Seil für $F_{zmax} = 2 \text{ kN}$. 3,0
- 3.3. Berechnen Sie die Sicherheit in einer Haltekette. 3,0



4 Antrieb des Rasentraktors

Der Motor des Rasentraktors besitzt folgende Motordaten:

Verdichtungsverhältnis	$\epsilon = \frac{V_1}{V_2}$	ϵ	$= 7$
Zylindervolumen:	V_1	$= 423 \text{ cm}^3$	
Ansaugtemperatur:	ϑ_1	$= 16 \text{ }^\circ\text{C}$	
Ansaugdruck:	p_1	$= 1 \text{ bar}$	
Prozesstemperatur:	ϑ_3	$= 1900 \text{ }^\circ\text{C}$	
Prozessdruck:	p_3	$= 53 \text{ bar}$	
Drehzahl:	n	$= 2000 \text{ min}^{-1}$	
Zylinderzahl:	2		



Kreisprozess des Verbrennungsmotors

- 4.1. Der Kreisprozess des Verbrennungsmotors ist im obigen p-V-Diagramm dargestellt. Nennen Sie die Motorart sowie die Anzahl der Takte und begründen Sie Ihre Antwort. 2,0
- 4.2. Bestimmen Sie die angesaugte Luftmasse je Zylinder in Gramm. 2,0



- 4.3. Ermitteln Sie die Prozesstemperaturen T_2 und T_4 . 3,0
- 4.4. Gegeben sind folgende Näherungswerte je Zylinder: 6,0
 $m = 0,51 \text{ g}$, $T_2 = 629 \text{ K}$, $T_4 = 998 \text{ K}$.
- Berechnen Sie auf dieser Basis
- die zu- und abgeführte Wärme,
 - die nutzbare Arbeit W_{Nutz}
 - den thermischen Wirkungsgrad η_{therm} in Prozent.
- 4.5. Berechnen Sie die abgegebene Motorleistung P_{ab} in kW, wenn die Nutzarbeit W_{nutz} 3,0
je Zylinder 305 J beträgt.

40,0



Lösungen

Statik (9P): Freimachen und Lagerkräfte berechnen, zentrales Kräftesystem

Festigkeit (13P): Begründung maximales Biegemoment, Profil gegen Biegen, Anzahl Einzeldrähte in Zugseil, Rundgliederkette auf Zug.

Energietechnik (16 P): Zuordnung p-V-Diagramm zu Verbrennungsmotor mit Begründung, Berechnung Luftmasse, Ermittlung Zustandsgrößen, Ermittlung Wärmeumsatz und Nutzarbeit sowie thermischer Wirkungsgrad, Ermittlung der Motorleistung

1 Lagerkräfte des belasteten Brückenlaufkrans

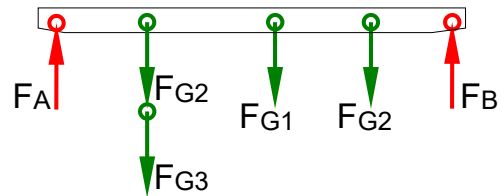
1.1. LS Brückenlaufkran

1.2.

$\Sigma F_x = 0$ keine Kräfte in x-Richtung

$$\Sigma F_y = 0 = F_A - F_{G2} - F_{G3} - F_{G1} - F_{G2} + F_B$$

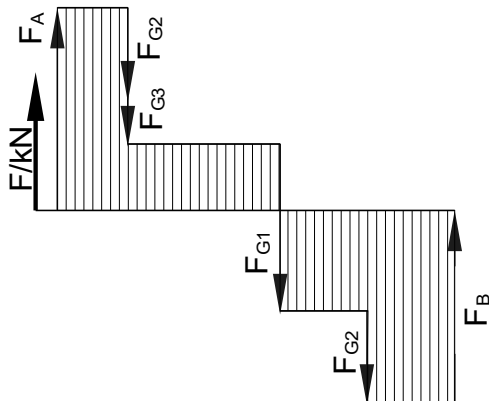
$$\Sigma M_A = 0 = -(F_{G2} + F_{G3}) \cdot l_1 - F_{G1} \cdot \frac{l_0}{2} - F_{G2} \cdot l_2 + F_B \cdot l_0$$



$$\begin{aligned} \Rightarrow F_B &= \frac{(F_{G2} + F_{G3}) \cdot l_1 + F_{G1} \cdot \frac{l_0}{2} + F_{G2} \cdot l_2}{l_0} \\ &= \frac{(10 \text{ kN} + 2,7 \text{ kN}) \cdot 4 \text{ m} + 20 \text{ kN} \cdot 10 \text{ m} + 10 \text{ kN} \cdot 12 \text{ m}}{20 \text{ m}} = 18,54 \text{ kN} \\ \Rightarrow F_A &= F_{G1} + F_{G2} + F_{G3} + F_{G2} - F_B \\ &= 20 \text{ kN} + 10 \text{ kN} + 2,7 \text{ kN} + 10 \text{ kN} - 18,54 \text{ kN} = 24,16 \text{ kN} \end{aligned}$$

2 Brückenträger

2.1. Querkraftverlauf (nicht maßstäblich)



Das maximale Biegemoment M_{bmax} muss in der Trägermitte (an der Stelle, an der Kraft die F_{G1} angreift) liegen, da nur dort die Querkraft einen Nulldurchgang hat.

2.2. Biegemoment aus Querkraftverlauf:

$$\begin{aligned} M_{FG1}(\text{von links}) &= F_A \cdot l_1 + [F_A - (F_{G2} + F_{G3})] \cdot \left(\frac{l_0}{2} - l_1\right) \\ &= 24,16 \text{ kN} \cdot 4 \text{ m} + [24,16 \text{ kN} - (10 \text{ kN} + 2,7 \text{ kN})] \cdot (10 \text{ m} - 4 \text{ m}) \\ &= 165,4 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{FG1}(\text{von rechts}) &= F_B \cdot (l_0 - l_2) + (F_B - F_{G2}) \cdot \left(l_2 - \frac{l_0}{2}\right) \\ &= F_B \cdot l_0 - l_2 + (F_B - f_{G2}) \cdot \left(l_2 - \frac{l_0}{2}\right) \\ &= 165,4 \text{ kNm} \end{aligned}$$



2.3. Alternativ: Biegemoment mit F_{G1} als Drehpunkt aus der LS Brückenlaufbahn (Aufg. 1):

$$\begin{aligned} M_{FG1}(\text{links}) &= \left| -F_A \cdot \frac{l_0}{2} + (F_{G2} + F_{G3}) \cdot \frac{l_0}{2} - l_1 \right| \\ &= \left| -24,16 \text{ kN} \cdot 10 \text{ m} + (10 \text{ kN} + 12,7 \text{ kN}) \cdot 10 \text{ m} - 4 \text{ m} \right| \\ &= 165,4 \text{ kNm} \end{aligned}$$

2.4. S450J0

$R_e = 450 \text{ N/mm}^2$ (aus der Bezeichnung von S450J0 oder $\rightarrow$ [EuroTabM] „Baustähle, unlegierte“)

$$M_{b\max} = 170\,000\,000 \text{ Nmm}$$

$$v = 1,5$$

$$\sigma_{bF} = 1,2 \cdot R_e = 1,2 \cdot 450 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 540 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_{bzul} = \frac{\sigma_{bF}}{v} = \frac{540 \text{ N/mm}^2}{1,5} = 360 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$W_{erf} = \frac{M_{b\max}}{\sigma_{bzul}} = \frac{170\,000\,000 \text{ Nmm}}{360 \text{ N/mm}^2} = 472\,222 \text{ mm}^3$$

$$W_{erf} = 472,22 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow \text{IPB 200 mit } W_x = 570 \text{ cm}^3$$

I-Profil DIN 1025 – S450J0 – IPB 300

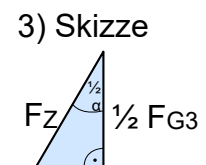
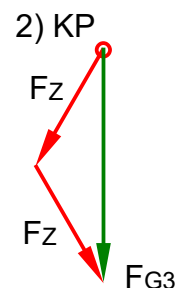
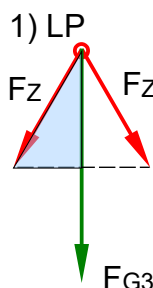
2.5. Reibungskraft bei Rollreibung $\rightarrow$ [EuroTabM] „Reibungskraft, Reibungsmoment“)

$$\begin{aligned} F_R &= \frac{f \cdot F_N}{r} \\ \Rightarrow r &= \frac{f \cdot F_N}{F_R} = \frac{0,5 \text{ mm} \cdot 15\,000 \text{ N}}{300 \text{ N}} = 25 \text{ mm} \\ \Rightarrow D_R &= 2 \cdot r = 2 \cdot 25 \text{ mm} = 50 \text{ mm} \end{aligned}$$

3

3.1.

$$\begin{aligned} \cos \alpha/2 &= \frac{1/2 F_{G3}}{F_Z} \\ \Rightarrow F_Z &= \frac{1/2 F_{G3}}{\cos \alpha/2} = \frac{1,35 \text{ kN}}{\cos 30^\circ} = 1,56 \text{ kN} \end{aligned}$$



3.2.

$$S_{erf} = \frac{F_{z\max}}{\sigma_{zzul}} = \frac{2000 \text{ N}}{400 \text{ N/mm}^2} = 5 \text{ mm}^2$$

$$n_{erf} = \frac{S_{erf}}{S_{Draht}} = \frac{5 \text{ mm}^2}{\frac{\pi \cdot (0,3 \text{ mm})^2}{4}} = 70,74$$

$\Rightarrow$ es sind 71 Einzeldrähte erforderlich.



3.3. Annahme:

Es handelt es sich um eine Rundgliederkette. Bei solchen Ketten verteilt sich die Last auf zwei Drahtquerschnitte. Da hier der Kranhaken von zwei Kettensträngen á 2 Drahtquerschnitten gehalten wird, verteilt sich die Last auf insgesamt 4 Drahtquerschnitte.

E360

$R_e = 360 \text{ N/mm}^2$ (aus der Bezeichnung von E360 oder $\rightarrow$ [EuroTabM] „Baustähle, unlegierte“)

$d = 4 \text{ mm}$

$$\nu = \frac{R_e}{\sigma_{\text{vorh}}}$$

$$\sigma_{\text{vorh}} = \frac{F_{G3}}{4 \cdot \left(\frac{\pi \cdot d^2}{4} \right)} = \frac{2700 \text{ N}}{4 \cdot \left(\frac{\pi \cdot (4 \text{ mm})^2}{4} \right)} = 53,71 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\nu = \frac{R_e}{\sigma_{\text{vorh}}} = \frac{360 \text{ N/mm}^2}{53,71 \text{ N/mm}^2} = 6,7$$

4

4.1. Kurze Erläuterung

Aufgrund der isochoren Verbrennung (= Gleichraumverbrennung; Zustandsänderung 2-3) handelt es sich um einen Ottomotor.

Es handelt sich um einen 4-Takt-Ottomotor:

1-2 Verdichtung

2-3 Verbrennung

3-4 Expansion

4-1 Abkühlung

1-0-1 Ladungswechselschleife

(Ausstoßen des Abgases, sowie Ansaugen von Frischgas)

Ausführliche Erläuterung:

In der Einteilung von Wärmekraftmaschinen sind Verbrennungsmotoren als Kolbenmotoren mit innerer Verbrennung definiert. Nicht dazu gehören also z.B. Dampfmaschinen bzw. Stirlingmotoren (äußere Verbrennung) oder Gasturbinen bzw. Raketenmotoren (keine Kolben).

Nach dem Zündverfahren unterscheidet man Otto- und Dieselmotoren.

Ottomotoren verbrennen den Kraftstoff sehr schnell, also isochor, man nennt dies auch Gleichraumverbrennung. Dagegen verbrennen Dieselmotoren den Kraftstoff allmählich, im Idealfall isobar (Gleichdruckverbrennung). Da im vorliegenden p-V-Diagramm der Schritt 2-3 isochor (senkrecht) verläuft, handelt es sich um einen Ottomotor. Bei einem Dieselmotor wäre Schritt 2-3 waagerecht gezeichnet.

Nach dem Arbeitsverfahren unterscheidet man Vier- und Zweitaktmotoren.

Viertakter durchlaufen einen Kreisprozess mit 2 Kurbelwellenumdrehungen, der Kolben bewegt sich also viermal von OT nach UT bzw. zurück. Im vorliegenden p-V-Diagramm sind die 4 Takte eines Viertaktters erkennbar:

0-1: Ansaugen

1-2: Verdichten



2-3-4: Verbrennen / Arbeiten

4-1-0: Ausstoßen

Zweitaktmotoren benötigen für einen Kreisprozess nur 1 Kurbelwellenumdrehung und haben im p-V-Diagramm keine Ladungswechselschleife 1-0-1.

In einem idealisierten p-V-Diagramm ohne Ladungswechselschleife könnte man Vier- und Zweitaktmotoren nicht unterscheiden, beide zeigen die gleichen 4 Schritte:

1-2: Verdichten

2-3: Verbrennen / Wärmezufuhr

3-4: Entspannen

4:1: Kühlen / Wärmeabfuhr

4.2. Masse der angesaugten Luft mit V_1 als Volumen:
(gesamte Luftmasse im Zylinder)

$$p \cdot V = m \cdot R_i \cdot T$$

$$\Rightarrow m = \frac{p_1 \cdot V_1}{R_i \cdot T_1} = \frac{100\,000 \text{ N/m}^2 \cdot 0,000423 \text{ m}^3}{287 \text{ Nm/kgK} \cdot 289 \text{ K}} = 0,00051 \text{ kg} = 0,51 \text{ g}$$

Alternativ:

Masse der angesaugten Luft mit Hubraum V_H als Volumen
(frisch angesaugte Luftmasse im Zylinder).

Hierfür ist die Ermittlung des Hubraums V_H notwendig:

$$\epsilon = \frac{V_1}{V_2}$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{V_1}{\epsilon} = \frac{423 \text{ cm}^3}{7} = 60,43 \text{ cm}^3$$

$$\text{mit } V_H = V_1 - V_2$$

$$V_H = 423 \text{ cm}^3 - 60,43 \text{ cm}^3 = 362,57 \text{ cm}^3$$

$$p \cdot V = m \cdot R_i \cdot T$$

$$\Rightarrow m = \frac{p_1 \cdot V_1}{R_i \cdot T_1} = \frac{100\,000 \text{ N/m}^2 \cdot 0,00036257 \text{ m}^3}{287 \text{ Nm/kgK} \cdot 289 \text{ K}} = 0,00044 \text{ kg} = 0,44 \text{ g}$$



4.3. Ermittlung T_2 (Adiabate Zustandsänderung 1-2)

$$\frac{T_1}{T_2} = \left[\frac{V_2}{V_1} \right]^{\kappa-1} = \left[\frac{1}{\epsilon} \right]^{\kappa-1} \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \epsilon^{\kappa-1} = (273+16) K \cdot 7^{1,4-1} = 629,41 K$$

Ermittlung T_4 (Adiabate Zustandsänderung 3-4)

$$V_3 = V_2$$

$$V_4 = V_1$$

$$\frac{T_3}{T_4} = \left[\frac{V_4}{V_3} \right]^{\kappa-1} = \left[\frac{1}{\epsilon} \right]^{\kappa-1} \Rightarrow T_4 = T_3 \cdot \left(\frac{1}{\epsilon} \right)^{\kappa-1} = (273+1900) K \cdot \left(\frac{1}{7} \right)^{1,4-1} = 997,75 K$$

4.4. Ermittlung der zugeführten und abgeführten Wärmemengen Q_{23} und Q_{41}

$$Q_{23} = c_v \cdot m \cdot \Delta T_{23} = 718 \frac{J}{kgK} \cdot 0,00051 kg \cdot (2173 - 629 K) = 565,38 J$$

$$Q_{41} = c_v \cdot m \cdot \Delta T_{41} = 718 \frac{J}{kgK} \cdot 0,00051 kg \cdot (289 - 998 K) = -259,62 J$$

Ermittlung der Nutzarbeit W_{Nutz}

$$\Sigma Q = Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} + Q_{41} = 0 + 565,38 J + 0 - 259,62 J = 305,76 J$$

$$\Sigma Q + \Sigma W = 0 \Rightarrow W_{Nutz} = \Sigma W = -\Sigma Q = -305,76 J$$

Ermittlung des thermischen Wirkungsgrades η_{therm}

$$\eta_{therm} = 1 - \frac{|Q_{ab}|}{Q_{zu}} = 1 - \frac{259,62 J}{565,38 J} = 0,541 \approx 54,1 \%$$

4.5. Ermittlung der abgegebenen Leistung P_{Motor} :

Hinweis: Viertakter durchlaufen einen Kreisprozess mit 2 Kurbelwellenumdrehungen, der Kolben bewegt sich also viermal von OT nach UT bzw. zurück.

$$\text{Für die Leistung gilt: } P = \frac{W}{t}$$

$$\text{Mit } t = \frac{1}{n} \text{ gilt daher: } P = W \cdot n$$

$$\Rightarrow P_{Zyl} = |W_{Nutz}| \cdot \frac{n}{2}$$

$$= 305 J \cdot \frac{\frac{2000}{60} s^{-1}}{2} = 5083,33 W \text{ pro Zylinder}$$

$$P_{Motor} = 2 \cdot P_{Zyl} = 2 \cdot 5083,33 W = 10166 W \approx 10,17 kW$$